希臘的哥白尼－
薩摩斯島的阿里斯塔克斯

第8組 410831149 楊弘暐
410731137 朱珮綸
410731145 張劭恩
410831135 陳威廷
410731231 童震易

目錄

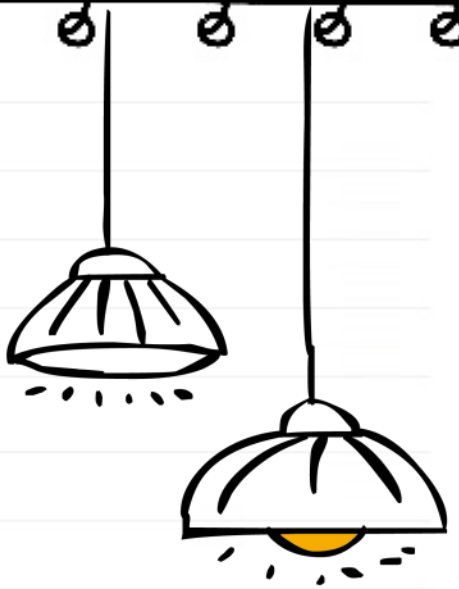
01 研究動機

02 阿里斯塔克斯

03 日心說

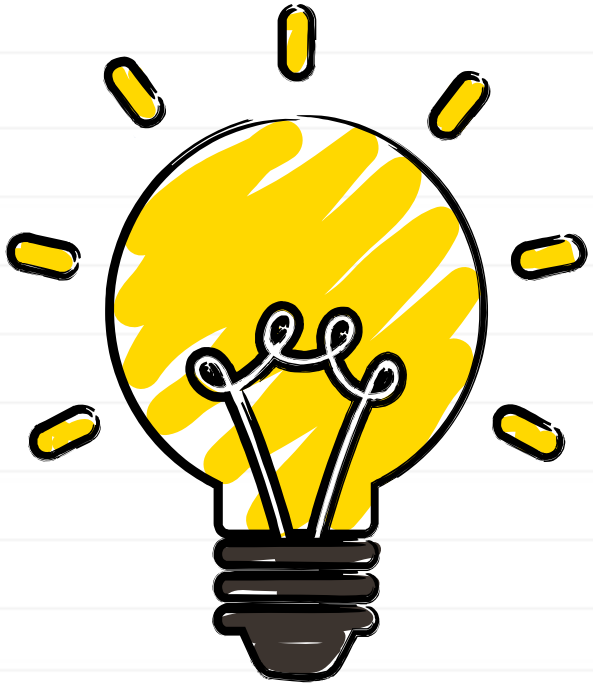
04 太陽與月亮的距離及大小

01



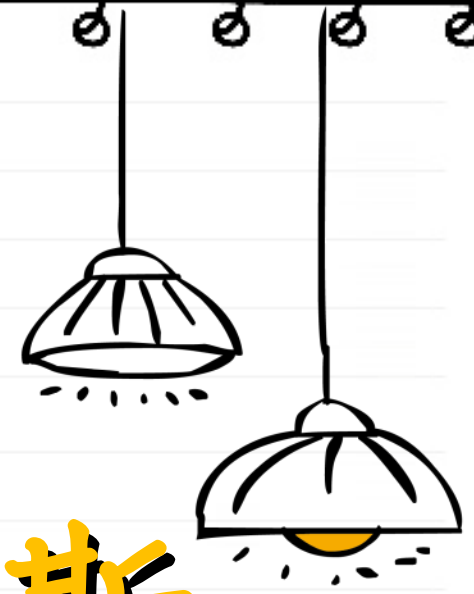
研究動機

研究動機



曾經聽教授提到過阿里斯塔克斯在望遠鏡和相機都還沒發明出來的時候，計算了**太陽與月亮的大小及太陽和月亮與地球的距離**。我們便開始去了解他的故事及他是如何計算出來的。

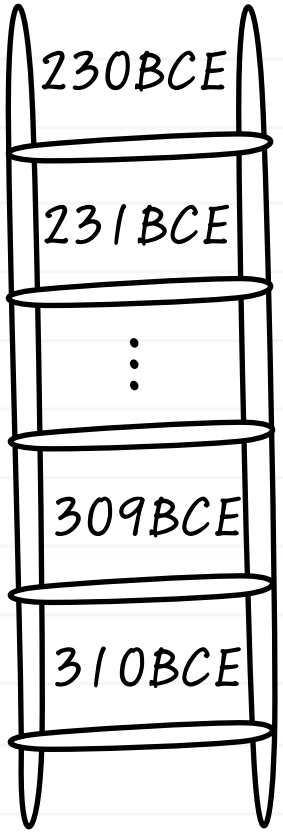
02



阿里斯塔克斯

Aristarchus of Samos

阿里斯塔克斯Aristarchus of Samos



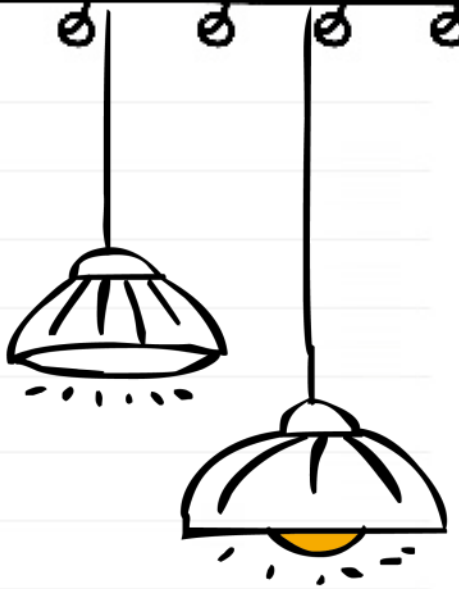
◎生活在公元前310年-前230年

◎古希臘天文學家及數學家

◎出生於古希臘薩摩斯島

◎歷史上有記載首位創立日心說的天文學者，也因此被稱為「希臘的哥白尼」

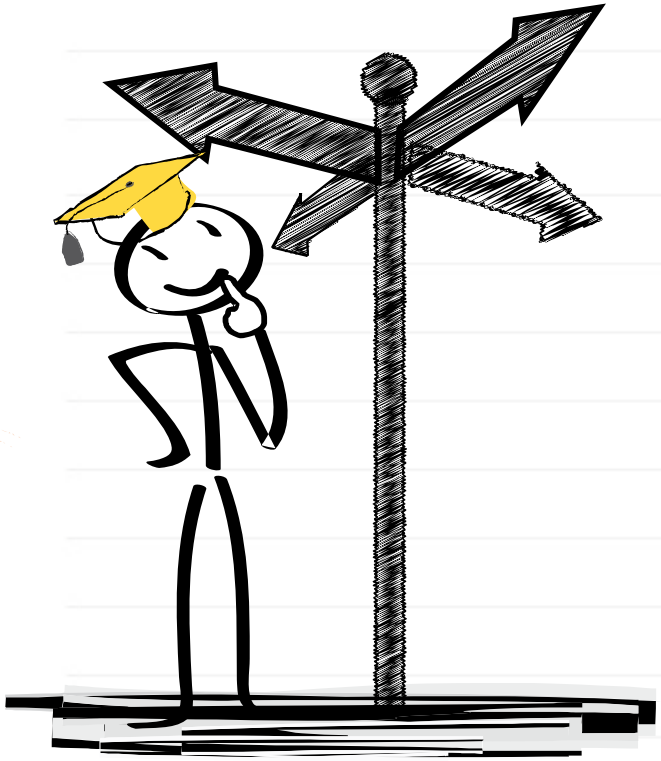
03



日心說

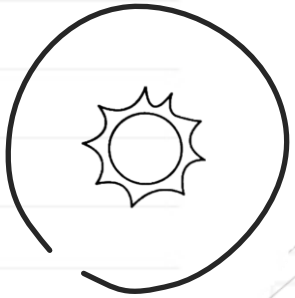
Heliocentrism

日心說

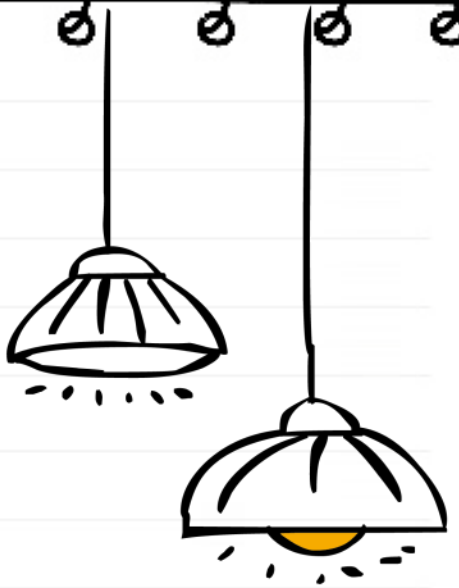


阿里斯塔克斯流傳至今的唯一著作，就是關於**太陽和月球的體積以及到地球的距離的論著**，是基於**地心說**的宇宙觀的。

但是，通過其他人的引證，可以知道他還寫了另一本書，在書中他發展了一個變通的**日心說**模型。



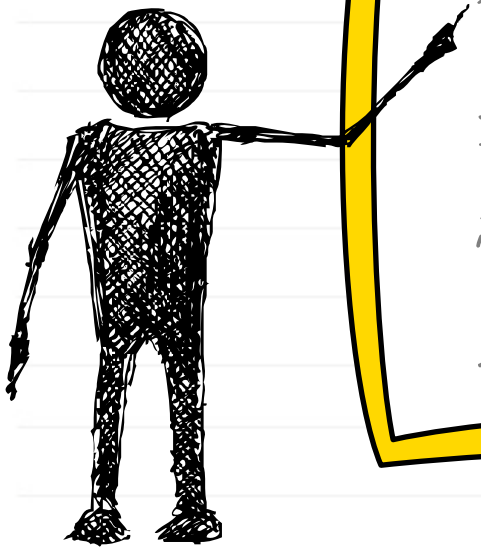
04



太陽與月亮的距離及大小

On the Sizes and Distances (of the Sun and Moon)

太陽與月亮的距離及大小



在當時，他利用了肉眼可觀測到的數據及一些天文現象，利用數學分析、推論出以下結果：

以地球半徑為比例，計算出

◎太陽和月亮的大小

◎太陽和月亮與地球的距離

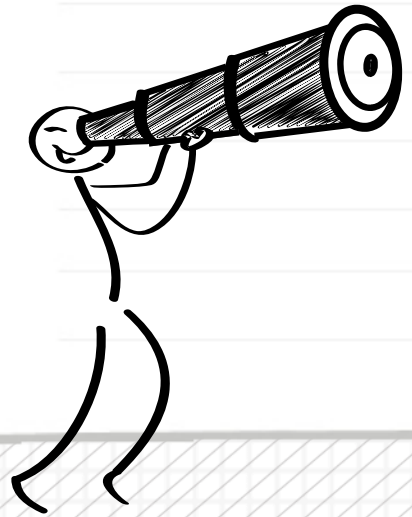
觀測數值

這個方法首先需要以下的觀測數值

◎在月食期間，地球陰影與月亮直徑的比例

◎在半月時，太陽與月亮的夾角接近90°

◎太陽和月亮在天空中的視尺寸



符號

符號	定義
φ	在半月時，月球和太陽對於地球之間的角度(直接測量)
L	地球與月亮的距離
S	地球與太陽的距離
ℓ	月球半徑
s	太陽半徑
t	地球半徑
D	地球中心到地球陰影之錐體頂點的距離
d	地球陰影在月球位置時的錐體半徑
n	d/ℓ的比值(月食期間可以直接觀測到的值)
x	$S/L=s/\ell$的比值(由φ計算得知)

半月

首先阿里斯塔克斯在開始推論的前提是：

在半月期間，月亮、太陽與地球會形成

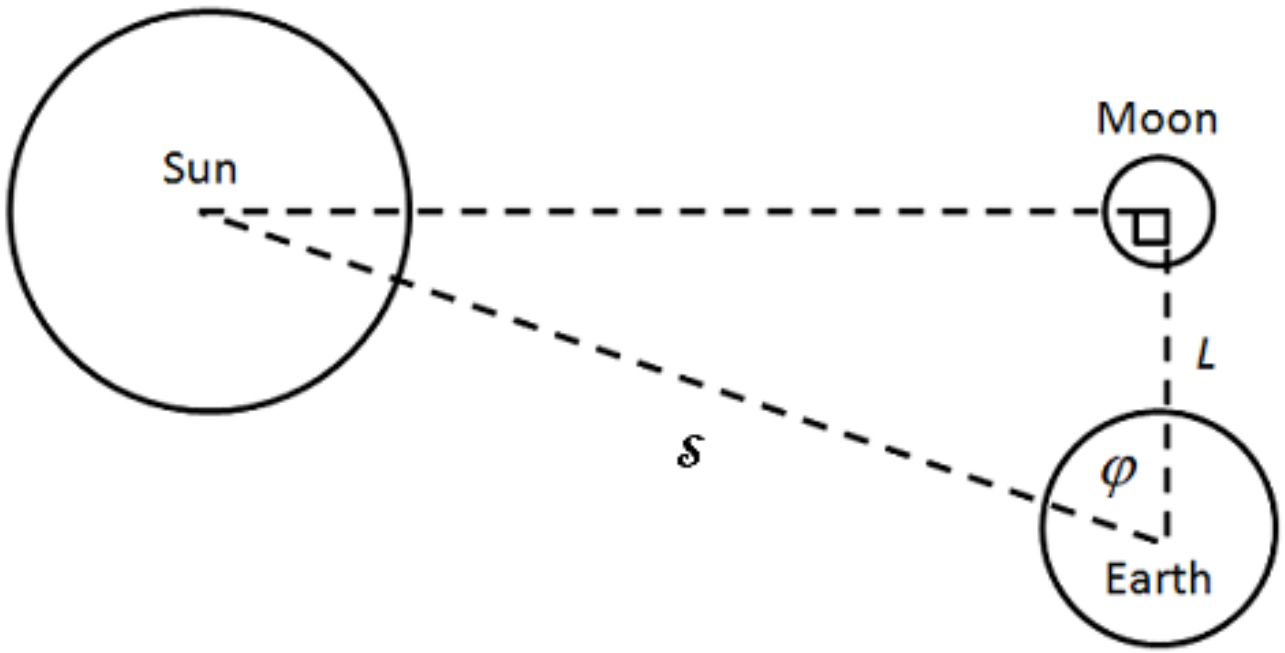
直角三角形。

透過觀測出月球和太陽對於地球之間的

角度φ，可以利用三角學的形式推導出

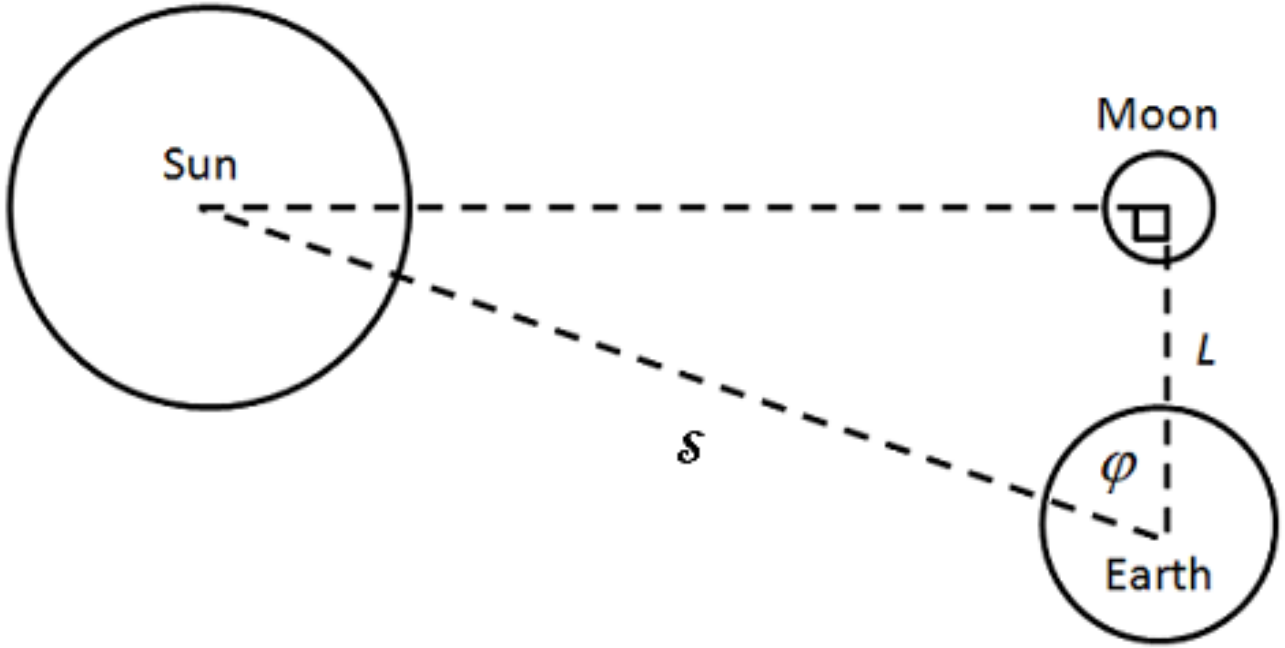
地球到太陽與到月亮的距離比。

半月



（該圖沒有符合比例，實際上$S = 390L$，且$\varphi = 89.51°$）

半月



根據上圖所示且利用三角函數，我們可以得到

$$\frac{S}{L} = \frac{1}{\cos\varphi} = \sec\varphi$$

半月

阿里斯塔克斯將φ確定為比直角小三十分之一象限$(3°)$，也就是$87°$。

當時三角函數尚未發明，但他利用歐幾里得風格的幾何分析，得到

$$18 < \frac{S}{L} < 20$$

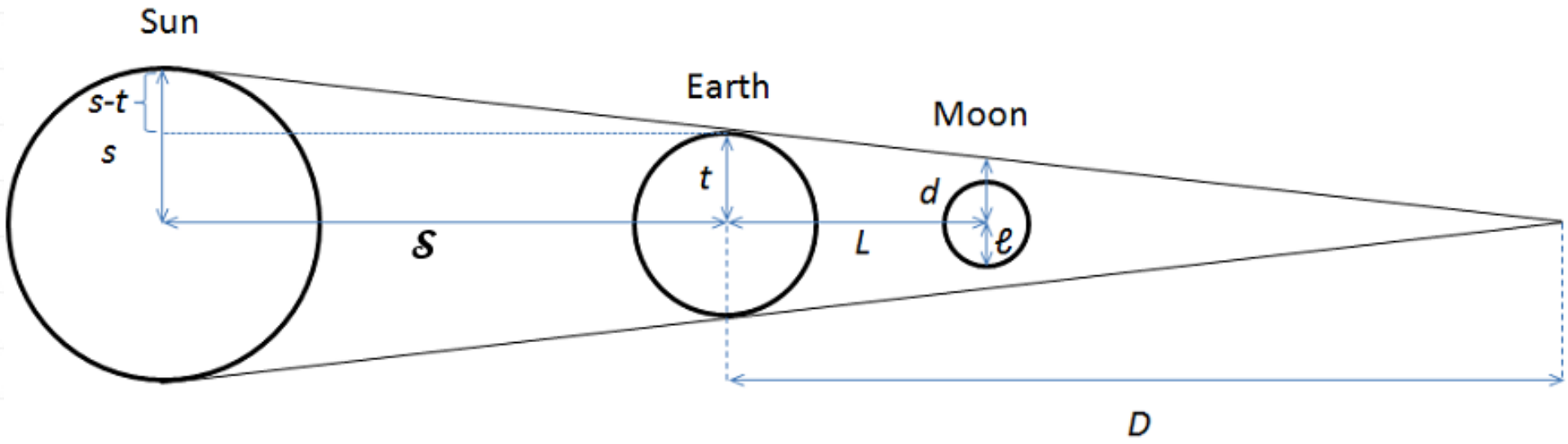
也就是說地球到太陽的距離比到月亮的距離大18到20倍。

半月

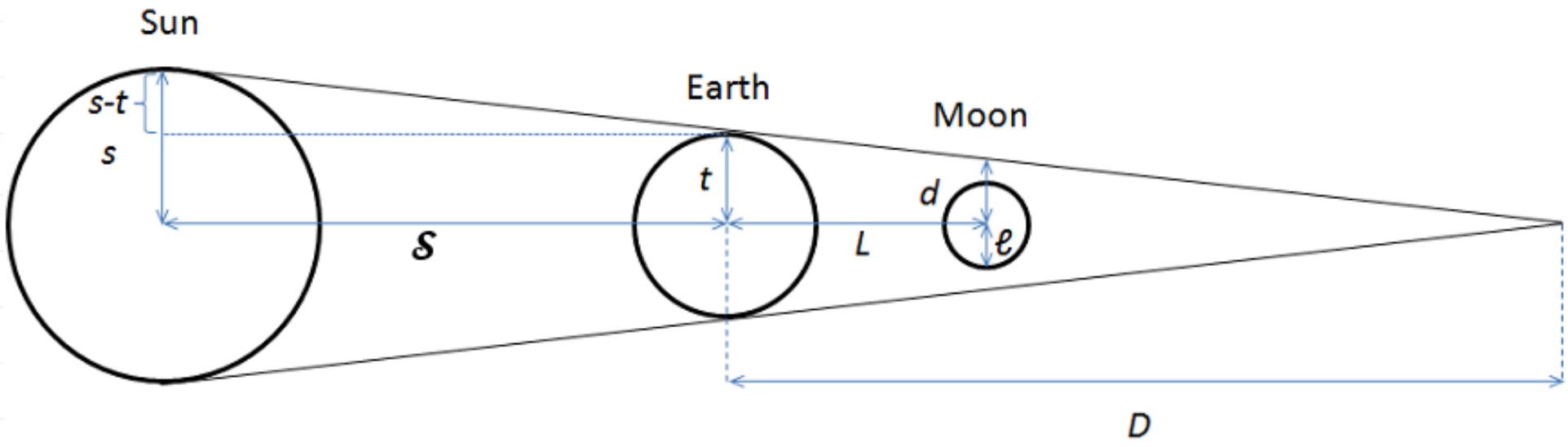
這個數值在接下來的兩千多年都被天文學家所接受，直到望遠鏡發明才能更精確的估計太陽視差，確定$S = 390L$、$\varphi = 89.51°$。又因為太陽與月亮的角直徑相同，但地球到太陽的距離比到月亮遠18到20倍，他因此推斷出太陽必比月亮大18到20倍。

月食

接下來阿里斯塔克斯根據月食使用了另一種構造，如下圖所示。



月食



由相似三角形的性質，得到

$$\frac{D}{L} = \frac{t}{t-d} \quad 和 \quad \frac{D}{S} = \frac{t}{s-t}$$

月食

將兩式相除，並利用太陽與月亮的視尺寸相同(也就是 $\frac{L}{S}=\frac{\ell}{s}$)，可知

$$\begin{cases}\frac{L}{S}=\frac{t-d}{s-t}\\ \frac{L}{S}=\frac{\ell}{s}\end{cases}\Rightarrow\frac{\ell}{s}=\frac{t-d}{s-t}\Rightarrow\frac{s-t}{s}=\frac{t-d}{\ell}\Rightarrow 1-\frac{t}{s}=\frac{t}{\ell}-\frac{d}{\ell}\Rightarrow\frac{t}{\ell}+\frac{t}{s}=1+\frac{d}{\ell}$$

月食

最後可以求解出$\frac{\ell}{t}$

$$\frac{t}{\ell}\left(1+\frac{\ell}{s}\right)=1+\frac{d}{\ell} \Longrightarrow \frac{\ell}{t}=\frac{1+\frac{\ell}{s}}{1+\frac{d}{\ell}}$$

或$\frac{s}{t}$

$$\frac{t}{s}\left(1+\frac{s}{\ell}\right)=1+\frac{d}{\ell} \Longrightarrow \frac{s}{t}=\frac{1+\frac{s}{\ell}}{1+\frac{d}{\ell}}$$

月食

以 $n = \frac{d}{\ell}$ 和 $x = \frac{s}{\ell}$ 來表示

$$\frac{\ell}{t} = \frac{1 + x}{x(1 + n)}$$

$$\frac{s}{t} = \frac{1 + x}{1 + n}$$

上述的方程式可以完全用觀測量計算出太陽和月球半徑。

月食

下列公式則是以地球半徑為比例列出了到太陽和月亮的距離：

$$\frac{L}{t} = \left(\frac{\ell}{t}\right)\left(\frac{180}{\pi\theta}\right)$$

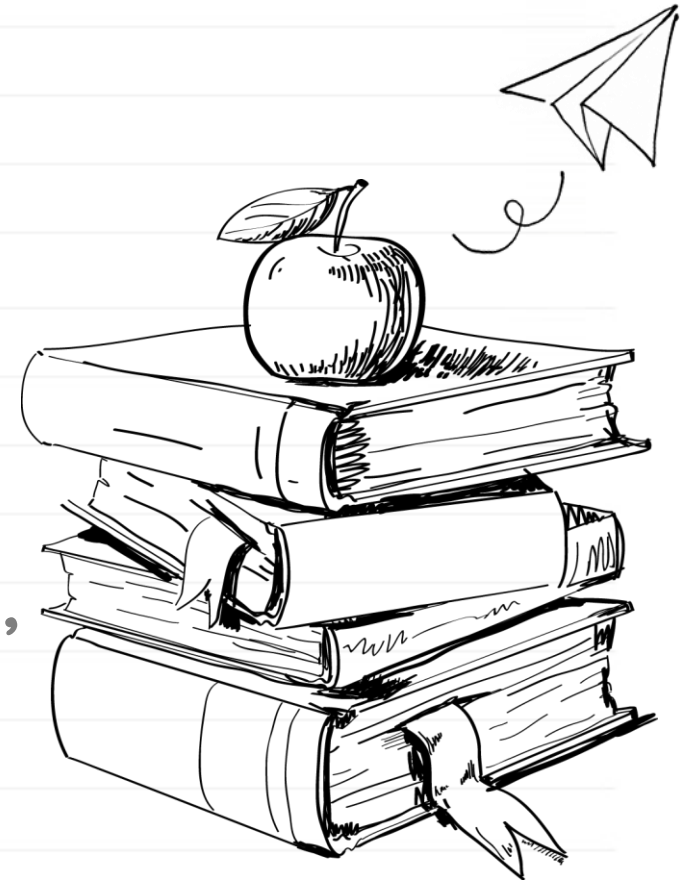
$$\frac{S}{t} = \left(\frac{s}{t}\right)\left(\frac{180}{\pi\theta}\right)$$

其中θ是太陽和月球的視半徑，單位是度。

結果

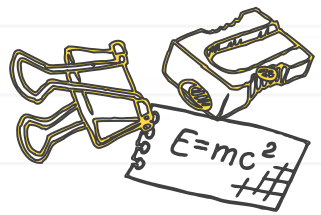
以上述公式可以重建阿里斯塔克斯的結果，且使用了$n = 2$、$x = 19.1$(也就是$\varphi = 87°$)和$\theta = 1°$

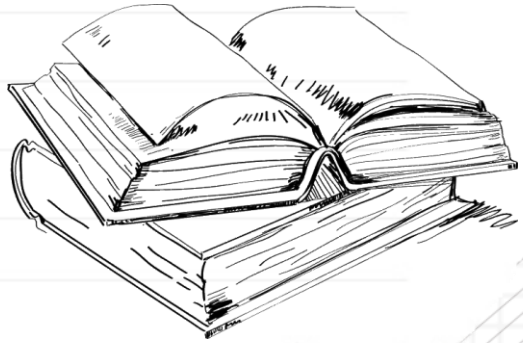
表中呈現了長期(但可疑)重建的數值，並列出了現代公認的數值在一旁做為比對。



結果

量	關係	重建的數值	現代的數值
$\frac{s}{t}$	以地球半徑為單位的太陽半徑	6.7	109
$\frac{t}{\ell}$	以月球半徑為單位的地球半徑	2.85	3.50
$\frac{L}{t}$	以地球半徑為單位的地球到月球之距離	20	60.32
$\frac{S}{t}$	以地球半徑為單位的地球到太陽之距離	380	23,500





計算中的錯誤主要來自 x 和 θ 的誤差。

結果

令人驚訝的是θ的誤差

因為阿基米德提到：亞里士多德是第一個確定太陽和月亮的視直徑為半度的人，這表示$\theta = 0.25°$以及地球到月球的距離為80個地球半徑，這是一個更好的估計值。

結果

阿里斯塔克斯與阿基米德的研究不同的點在於阿基米德似乎採用了亞里士多德的說法：日與月的直徑是黃道上1/15的“meros”。

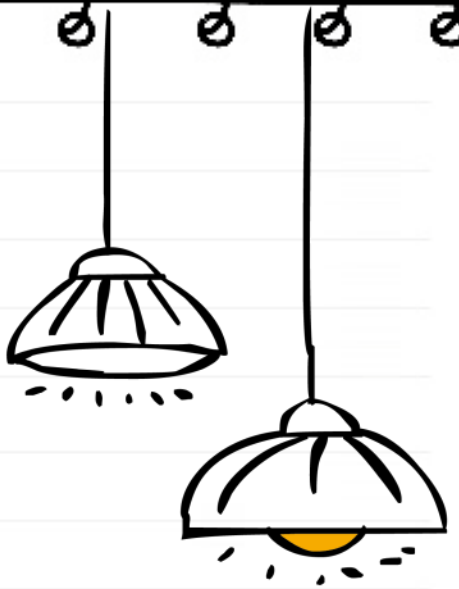
結果

由於不確定希臘文的“meros”是「部分」還是「7°」

前者為一個星座(30°)的1/15，也就是說視直徑是2°，視半徑$\theta = 1°$，與剛剛阿里斯塔克斯重建的結果相符。

後者為7°的1/15，也就是說視直徑約是0.5°，視半徑$\theta = 0.25°$，後者符合阿基米德的證明。

05



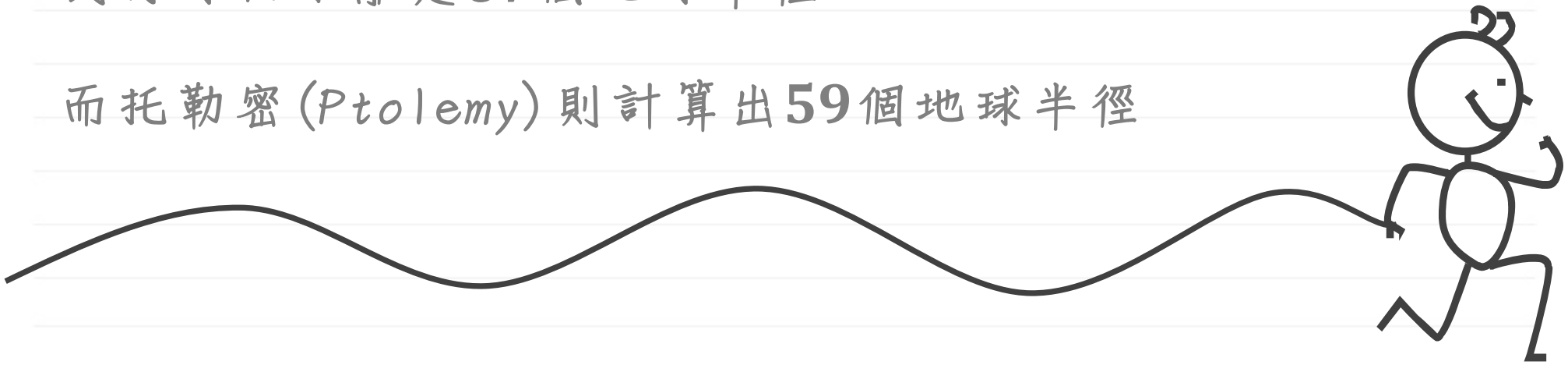
補充

補充

修正推論

喜帕恰斯(Hipparchus)在後來用了相似的過程計算出地球到月球的距離是67個地球半徑

而托勒密(Ptolemy)則計算出59個地球半徑



補充

數學模型－地心說

概念

托勒密提出了自己的宇宙結構學說《地心說》。

認為地球是宇宙的中心，是靜止不動的，太陽、月亮與其他的行星都繞地球運動。

地心說直到16世紀才被哥白尼推翻。

補充

數學模型－地心說

建立與發展

最初是由古希臘學者歐多克索斯提出。

後經亞里斯多德、托勒密進一步發展而逐漸建立和完善起來。

補充

數學模型－地心說

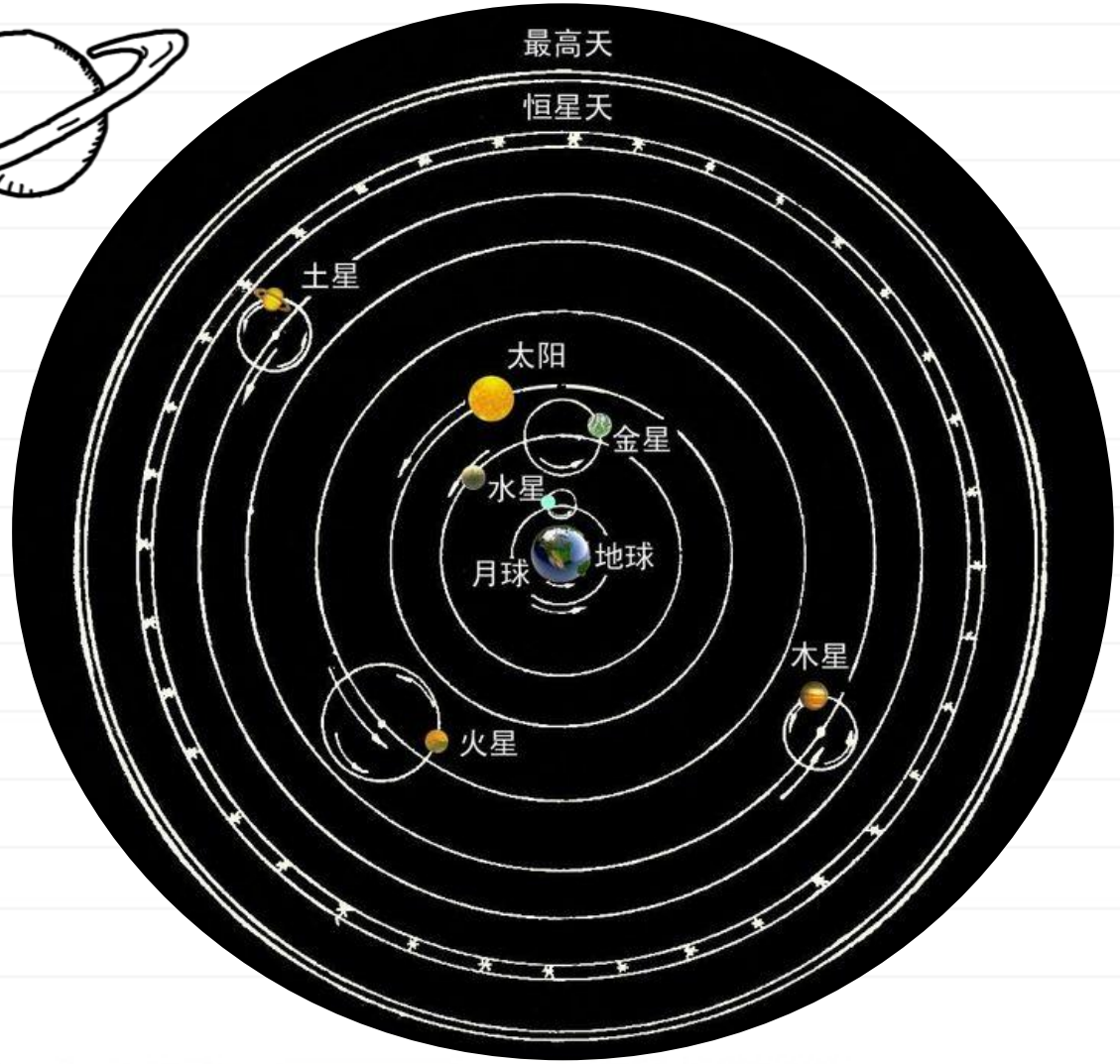
基本觀點

①地球是球體。

②地球是靜止不動的且處於宇宙的中心，從地球向外依次有月球、水星、金星、太陽、火星、木星和土星；再外面是鑲嵌著所有恆星的天球——恆星天；最外面，是推動天體運動的最高天。

③所有日、月、星都圍繞地球等速轉動。

數學模型－地心說



補充

數學模型－日心說

概念

哥白尼在16世紀提出了《日心說》。

認為太陽是靜止不動的，地球和其他行星都繞太陽運動。

補充

數學模型－日心說

建立與發展

在公元前300多年的赫拉克里特和阿里斯塔克斯就已經提到過太陽是宇宙的中心，地球圍繞太陽運動。

完整的日心說宇宙模型是由哥白尼在1543年發表的《天體運行論》中提出的。

補充

數學模型－日心說

基本觀點

①太陽是不動的且在宇宙中心，水星、金星、火星、木星、土星和地球一樣，都在圓形軌道上等速率地繞著太陽公轉。

②月球是地球的衛星，它在以地球為中心的圓軌道上每月繞地球轉一周，並隨地球繞太陽公轉。

補充

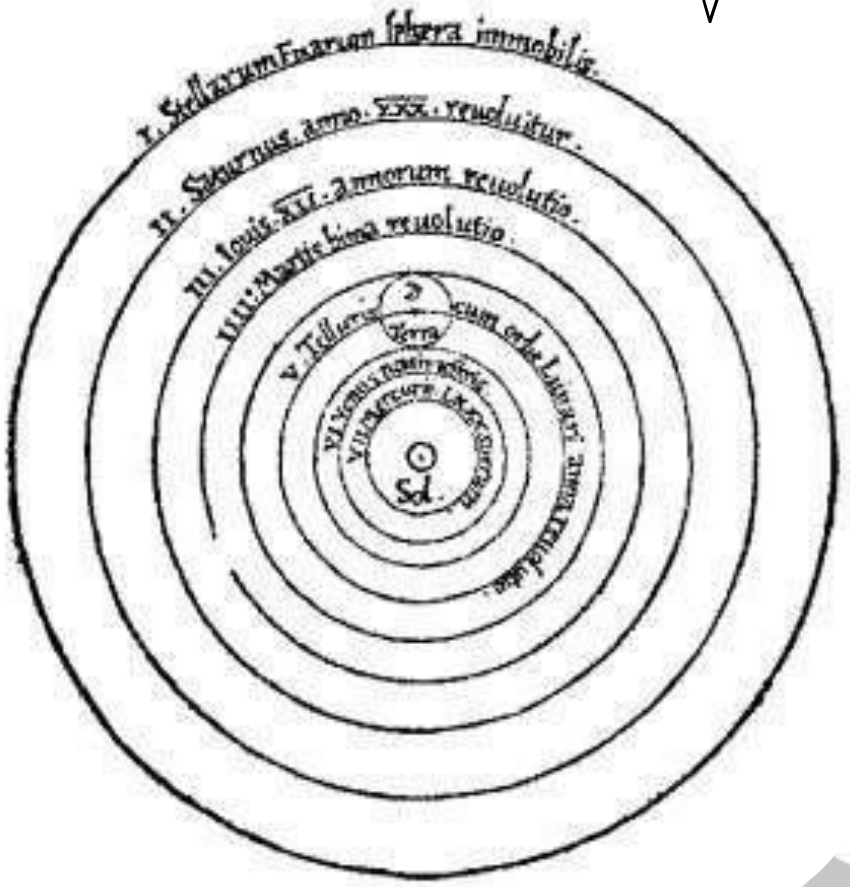
數學模型－日心說

基本觀點

③地球每天自轉一周，天穹實際上不轉動，只是由於地球的自轉才是我們看到了日、月、星每天東昇西落的現象。

數學模型－日心說

EMPIREVM
HABITACVLVM
DEI
ET
OMNIVM
ELECTORVM
COELVM
SATVRNI
IOVIS
MARTIS
SOLIS
VENERIS
MERCVRII
LVNA


I. Stellarum Fixarum sphæra immobilis.
II. Saturnus anno XXX. revolvitur.
III. Iovis XII. annorum revolutio.
IIII. Martis bina revolutio.
V. Telluris annua revolutio.
Terra
Sol.

補充

為什麼地心說直到哥白尼的時代才開始被懷疑？

補充

Q：大地是如何形成的？

補充

宇宙中重的物質會向宇宙中的中心墜落並聚集成球，也就是地球。

補充

Q：它真的是球嗎？

補充

毫無疑問，月食現象(後面證據會提到)證明了大地的形狀，上述提到墜落方向指向宇宙的中心，也就是地球。

補充

Q：為什麼行星軌跡如此複雜？

補充

或許宇宙不如我們一廂情願認為的簡潔。

補充

證據

越向北走，北極星的高度就越高；越向南走，就越低。

補充

證據

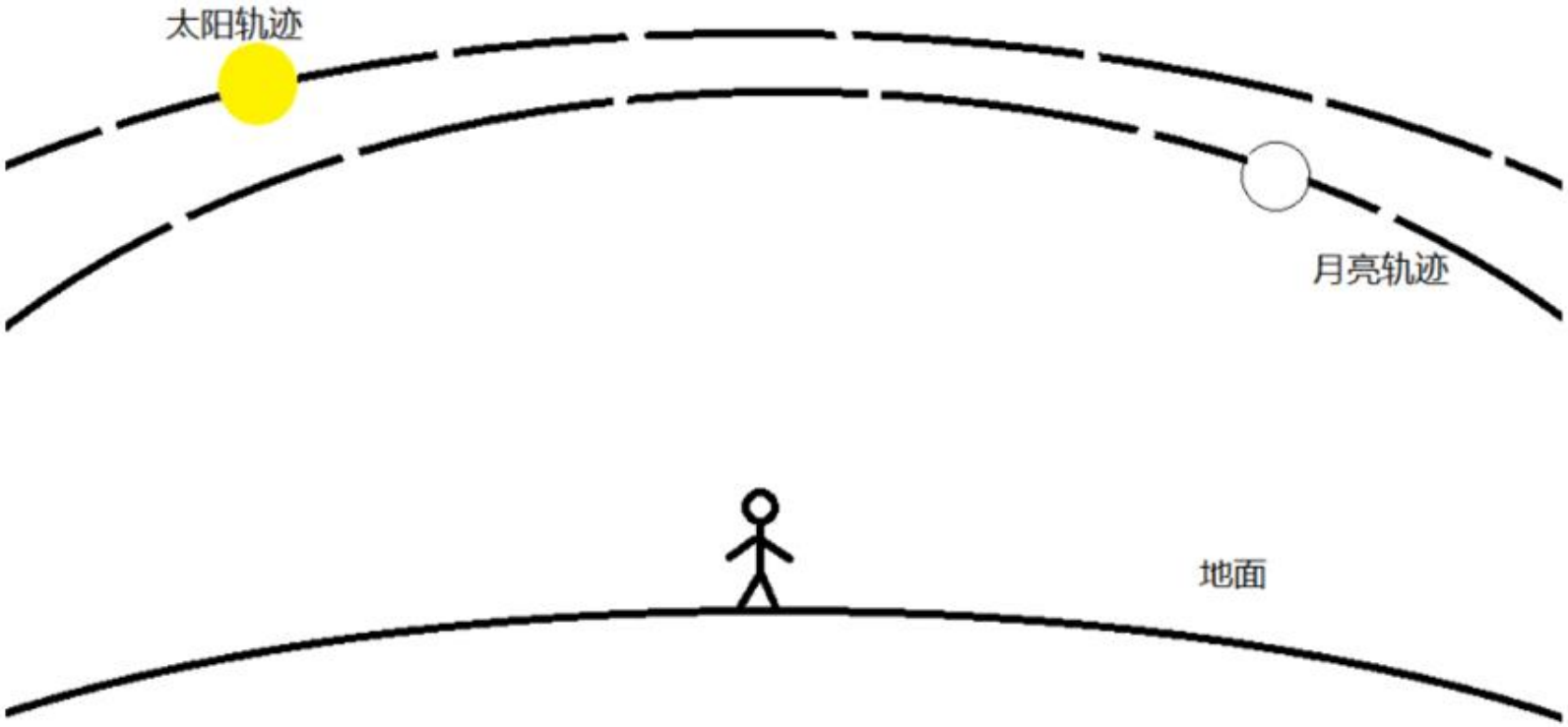
月食是地球的影子遮住了月亮，落在月球上的地球影子，總是一段圓弧。

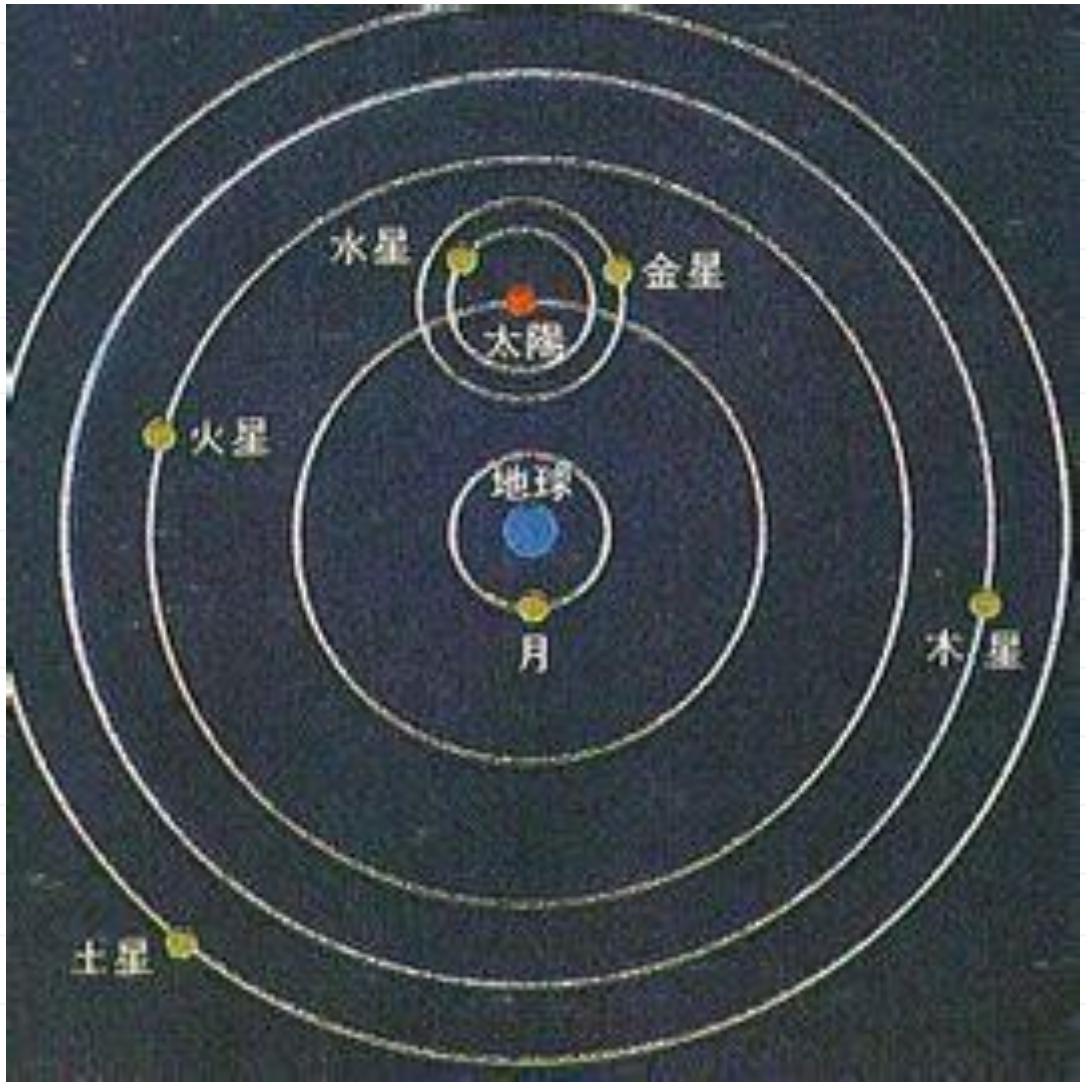
補充

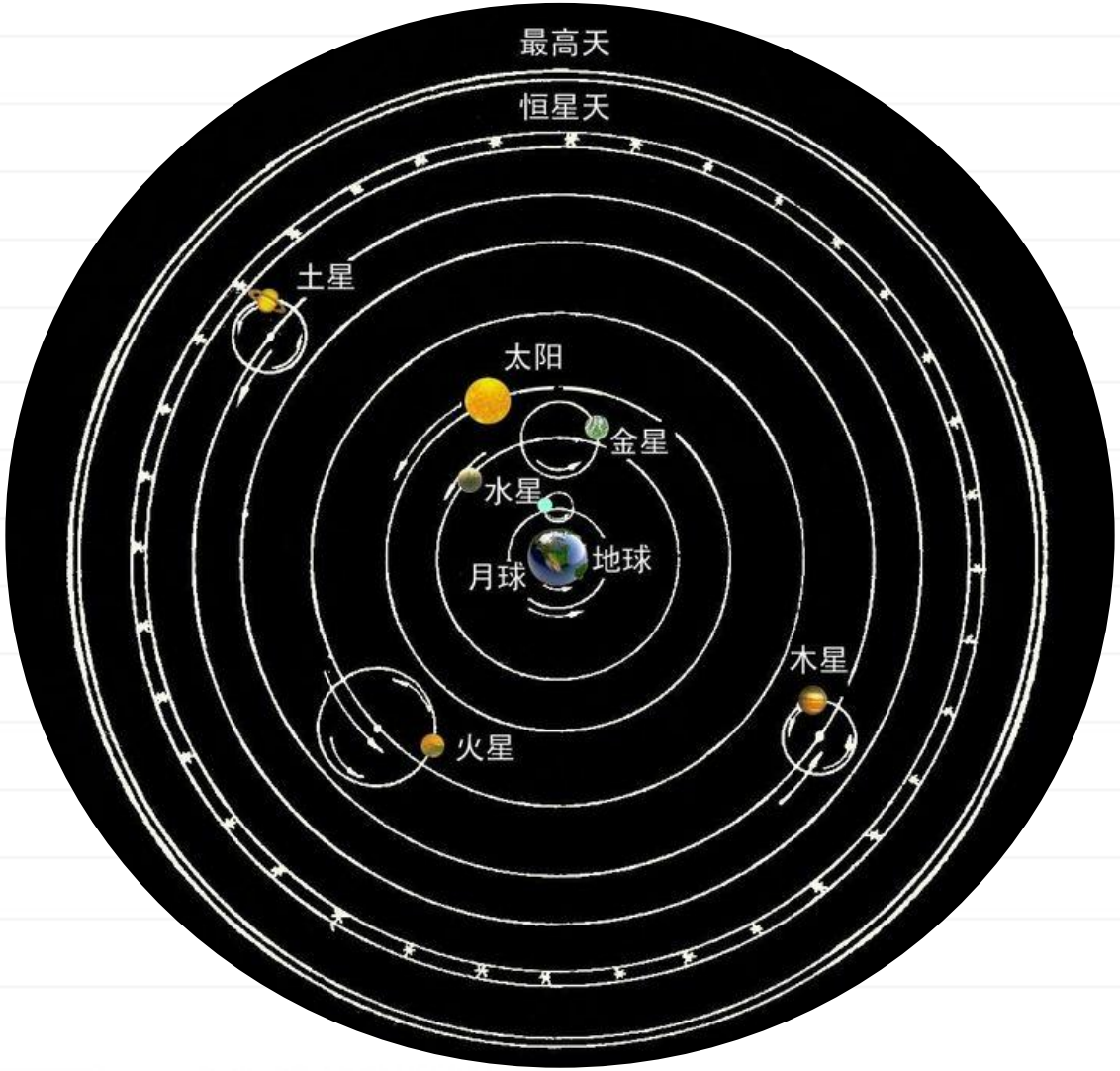
證據

海面上，當一艘船從遠方向岸邊駛來時，岸上的人總是先看見桅杆，然後看見船身；當駛離時正好相反，船身先在海平面處消失，然後才是桅杆。

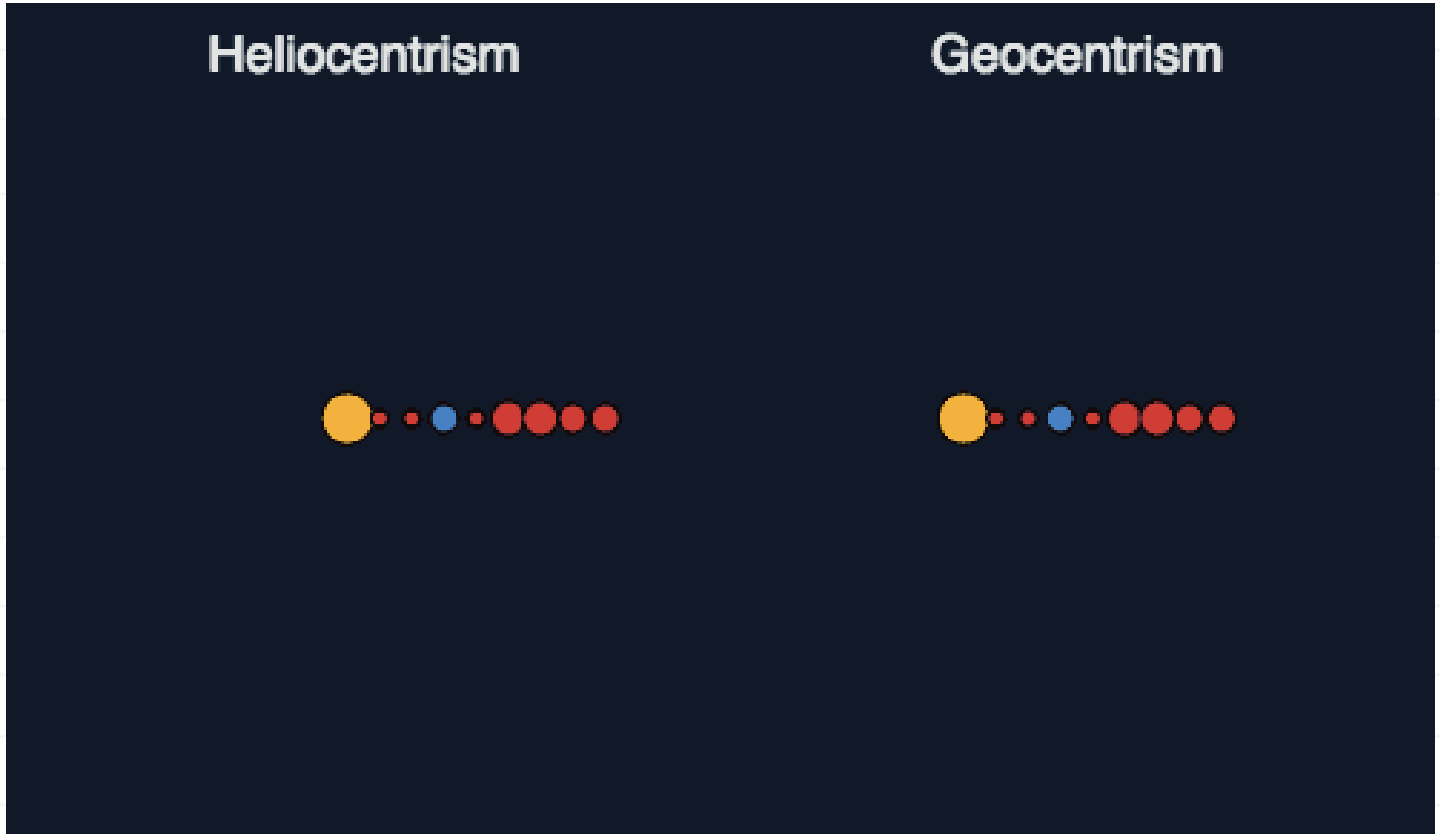
補充

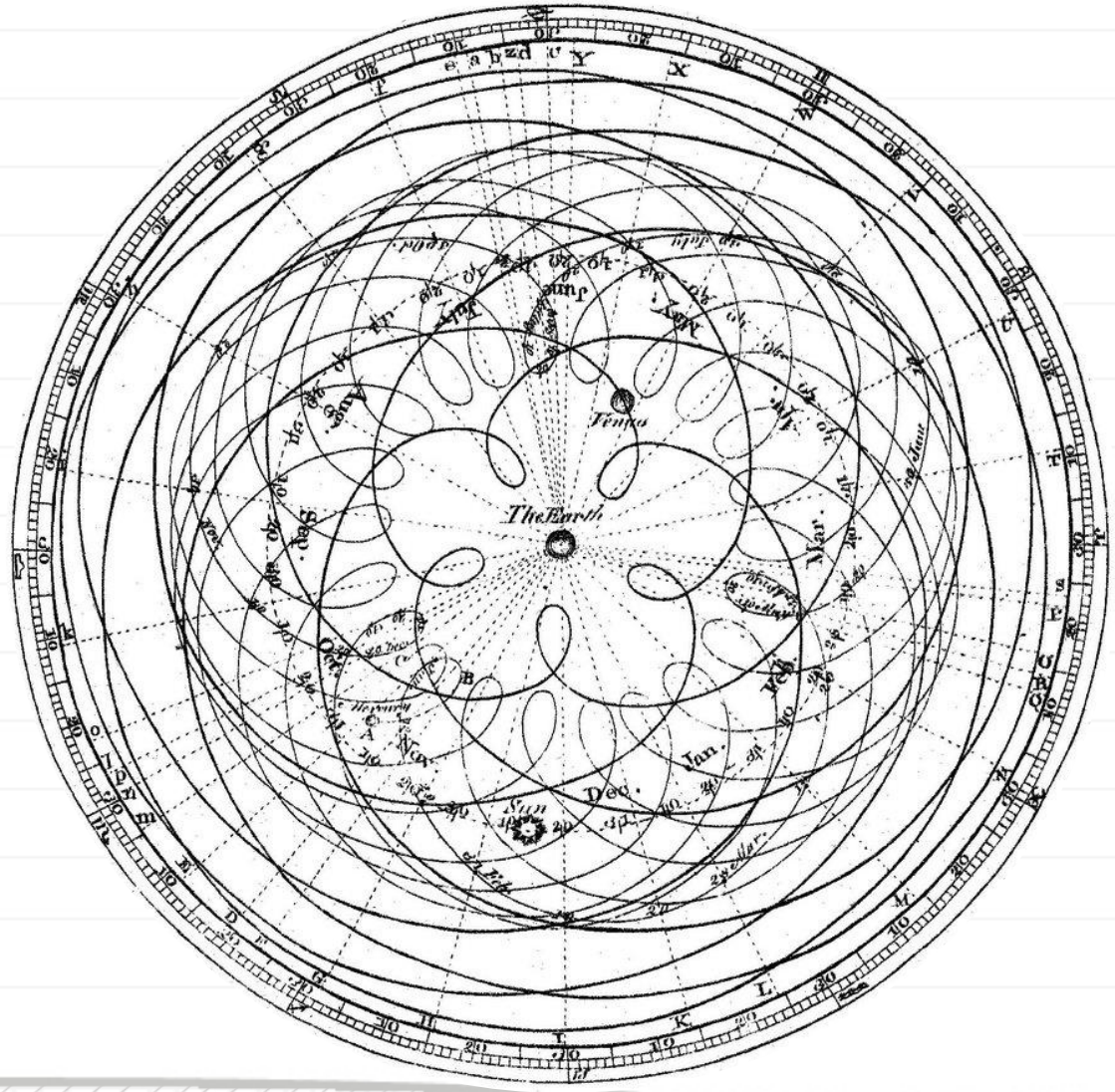



水星
金星
太陽
火星
地球
月
木星
土星


最高天
恒星天
土星
太阳
金星
水星
地球
月球
木星
火星

本輪和均輪




Venus
The Earth
Sun
Dec.
Nov.
Oct.
Sept.
Aug.
July
June
Jan.
Feb.
Mar.
Apr.
May

Thank you for listening!