數思期末報告
畢氏定理

起源:
以希臘數學家畢達哥拉斯名字命名，畢氏三元數的發現時間較早，例如埃及的紙草書裡面就有{(3,4,5)}這一組畢氏三元數，而巴比倫泥板涉及的最大的一個畢氏三元數組{(13500,12709,18541)}。後來的中國的算經、印度與阿拉伯的數學書也有記載。畢達哥拉斯本人並無著作傳世,不過在他死後一千年，5世紀的普羅克勒斯給歐幾里德的名著《幾何原本》做註解時將最早的發現和證明歸功於畢達哥拉斯學派。秦朝算術書中並未記載畢氏定理,只有記載畢氏三元素。西漢《周髀算經》「榮方問於陳子」一節中提到:若求邪至日者，以日下為勾，日高為股，勾股各自乘，並而開方除之，得邪至日。第一次數學危機，畢達哥拉斯的學生希帕索斯在研究其老師的理論時,發現有的直角三角形邊長不能用有理數表現出來，所以探討並宣傳這個理論，後來發現了根號二這個數字，當時的人無法接受無理數的概念，畢達哥拉斯後來下令捉拿他，後來希帕索斯逃亡途中被畢達哥拉斯弟子淹死。

畢達哥拉斯:
西元前570年-前495年，是一名古希臘哲學家、數學家和音樂理論家，畢達哥拉斯主義的創立者。他認為數學可以解釋世界上的一切事物,對數字癡迷到幾近崇拜;同時認為一切真理都可以用比例、平方及直角三角形去反映和證實。除了數學的外,他也是希臘音樂理論的鼻祖，創立了畢達哥拉斯學派，被當時的人當作神。

定理內容：
在平面上的一個直角三角形中，兩個直角邊邊長的平方加起來等於斜邊長的平方。
如果設直角三角形的兩條直角邊長度分別是a和 b，斜邊長度是 c，那麼可以用數學語言表達:a^2+b^2=c^2

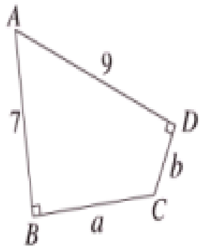
定理證明:
畢氏定理有很多證明——在1940年出版的《The Pythagorean Proposition》收錄了362個畢氏定理的證明，作者Elisha Schott Loomis於此書的第二版中,再加入9個證明,令總數增至371個,可能是最多已知證明的數學定理。

證明一1:利用面積切割
證明一2:利用相似形面積比例
證明一3:利用面積等化
證明一4:弦圖證明

題目一1:

如右圖，$\overline{AB}\perp\overline{BC}$、$\overline{AD}\perp\overline{CD}$，且 $\overline{AB}=7$、$\overline{BC}=a$、$\overline{CD}=b$、$\overline{AD}=9$，則 $(a+b)(a-b)=$？(95-2)

(A) 16　(B) 32　(C) 63　(D) 130



題目一2:

H. 將一塊邊長 $\overline{AB}=15$ 公分、$\overline{BC}=20$ 公分的長方形鐵片 $ABCD$ 沿對角線 $\overline{BD}$ 對摺後豎立，使得平面 ABD 與平面 CBD 垂直，則 A、C 兩點（在空間）的距離 $\overline{AC}=\sqrt{㉛㉜㉝}$ 公分。（化成最簡根式）

推廣一1:畢氏樹
畢達哥拉斯樹是一個以正方形為起點建立起的分形平面,1942年由荷蘭數學教師阿爾伯特·E·博斯曼提出。由於其建立過程的第一步是在大正方形上方建立兩個較小的正方形,三個正方形間是一個等腰直角三角形,故以發現勾股定理的古希臘數學家畢達哥拉斯命名。最大正方形的尺寸為L×L,那麼整個畢達哥拉斯樹會局限在6L×4L的空間中。畢達哥拉斯樹的平滑曲線是萊維C行曲線。

推廣一2:三垂線定理
三垂理指的一條直線定的是平面內斜線在這個平面上的射影垂直,那麼它也和這條斜線垂,如果與穿過這個平面的一條直。

推廣一3:費馬最後定理
研究《算數》(Arithmetica)這本書時,費馬在書的空白處寫下(a^{n}+b^{n}=c^{n}),當（n>2）時無正整數解。300年後懷爾斯(AndrewJohn Wiles)教授完成證明。

應用:
現代人們生活中廣泛用到畢氏定理,如測量土地的面積、測量距離、測量山的高度、太陽高度等,都會用到畢氏定理,是幾何學最基本的定理之一。

結語:
畢氏定理是我們國中就學到的一個基本定理,幾乎每個台灣國中生都能背出來,但他是整個幾何學的基本定理之一,生活中也應用廣泛,延伸出來的東西也很多,是一個非常重要的定理,但我們國中學的只是在平面上的,未來如果學到更多的知識,可以去探討更深入的問題,如勾股弦幻圓、勾股弦幻立方體、勾股弦幻球,等等。

參考資料:

• https://zh.wikipedia.org/zh-tw/%E5%8B%BE%E8%82%A1%E5%AE%9A%E7%90%86

• https://zh.wikipedia.org/zh-tw/%E6%AF%95%E8%BE%BE%E5%93%A5%E6%8B%89%E6%96%AF

• https://www.junyiacademy.org/course-compare/math-juni/math-8/math-8-legacy_jy/math-grade-8-a/g-mjnfg/g08-mjnfg81/e/m4ngs-13

• https://highscope.ch.ntu.edu.tw/wordpress/?p=14535
• https://www.ceec.edu.tw/files/file_pool/1/0j076559158386586677/03-107%E5%AD%B8%E6%B8%AC%E6%95%B8%E5%AD%B8%E8%A9%A6%E5%8D%B7%E5%AE%9A%E7%A8%BF.pdf
• https://chu246.blogspot.com/2018/02/107.html
• https://baike.baidu.hk/item/%E4%B8%89%E5%9E%82%E7%B7%9A%E5%AE%9A%E7%90%86/1612978

• https://zh.wikipedia.org/zh-tw/%E6%AF%95%E8%BE%BE%E5%93%A5%E6%8B%89%E6%96%AF%E6%A0%91

• https://pansci.asia/archives/168374