

數學思維期末報告

指導老師：葉均承

411131138 侯卉榛 411131136 侯逸樺 411131114 林進暄

411131118 董奕寬 411131108 林俊宏 411131130 陳景炫

運動和數學

牛頓運動定律裡隱藏的

知識回顧

● 物理學的牛頓三大定律: 除了適用於物

➤ 第一定律: 慣性定律

- ✓ 每個人都有慣性，原諒自己與他人的錯誤，自己與他人

➤ 第二定律: 運動定律 ($F=ma$)

- ✓ 付出多少心力，就會有多少進步與成長

➤ 第三定律: 作用力與反作用力

- ✓ 施加給別人的，無論好壞，最後都會回到自己
- ✓ 兩部影片:

➤ <https://www.youtube.com/watch?v=nwAYpLVyeFU&feature=youtu.be>

➤ <https://www.youtube.com/watch?v=B0k3SDISPjg>

开普勒三定律

开普勒第一定律——轨道定律

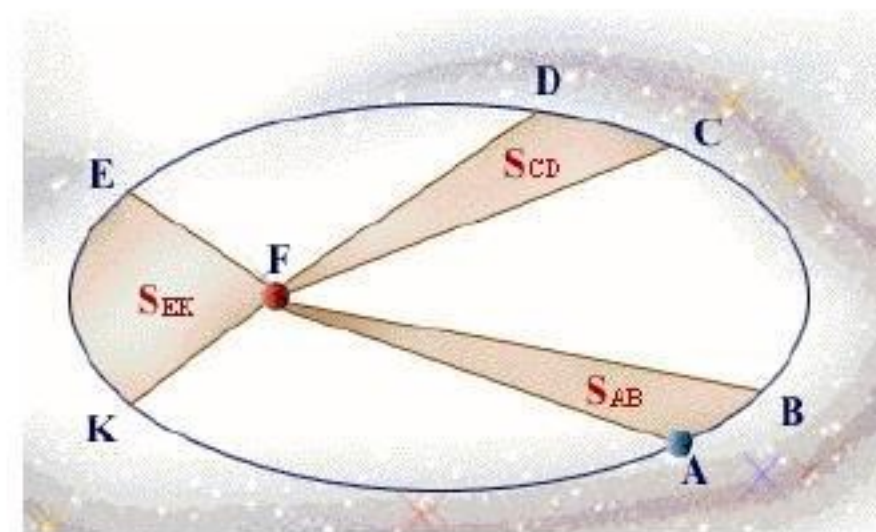
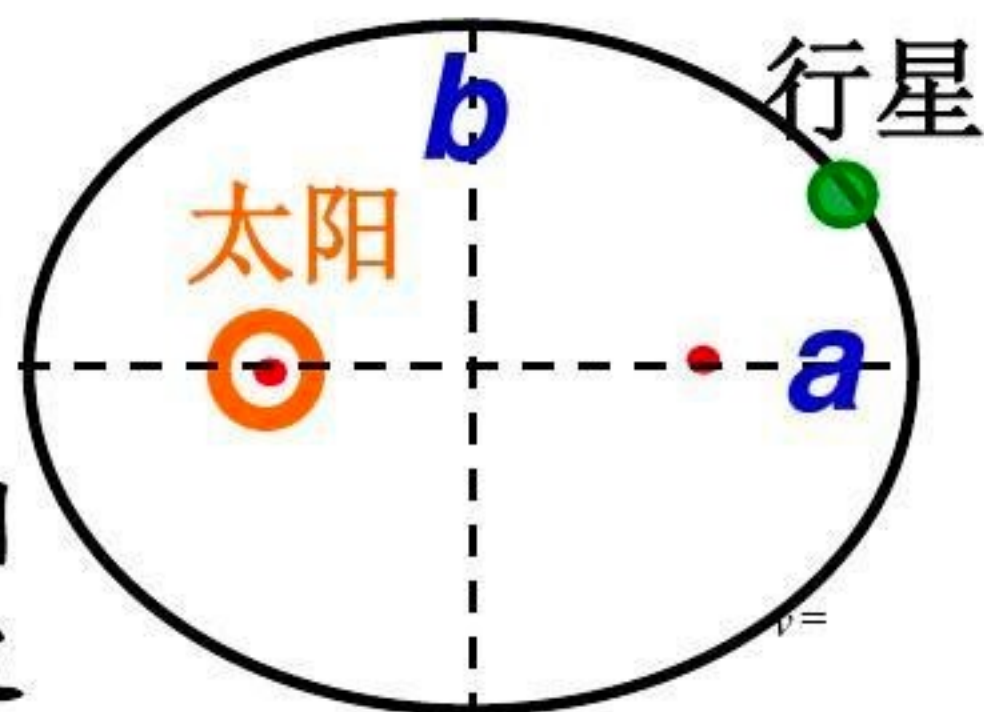
所有行星都分别在大小不同的椭圆轨道上围绕太阳运动，太阳是在这些椭圆的一个焦点上；

开普勒第二定律——面积定律

对每个行星来说，太阳和行星的连线在相等的时间扫过相等的面积；

开普勒第三定律——周期定律

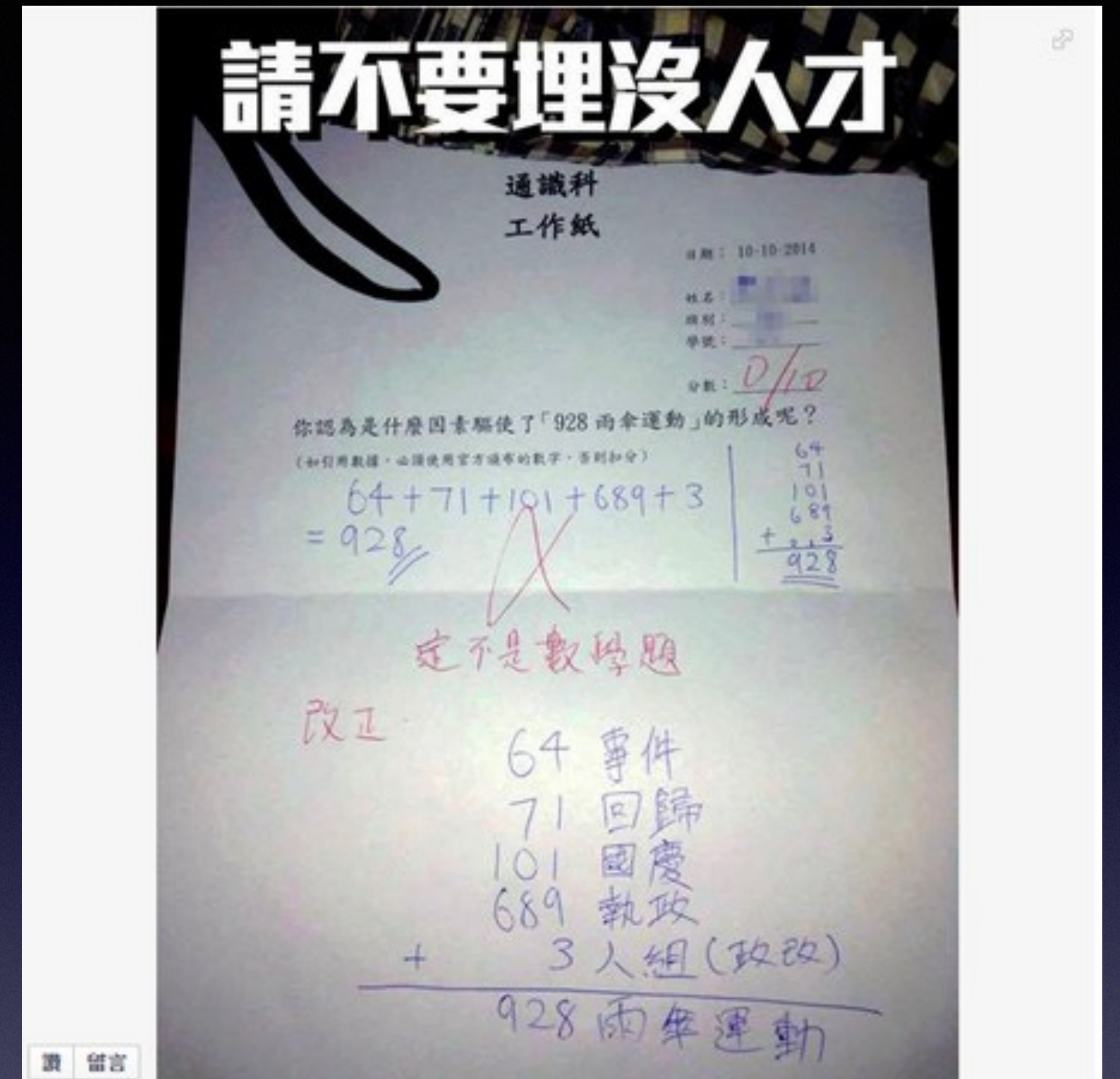
所有行星的轨道的半长轴的三次方跟公转周期的二次方的比值都相等。



$$k = \frac{a^3}{T^2}$$

靈感

- 世界盃，運彩的盛況
- 想了解各種球類的數據是如何產生的
- 喜歡運動，進而想了解數學可以帶來哪些幫助

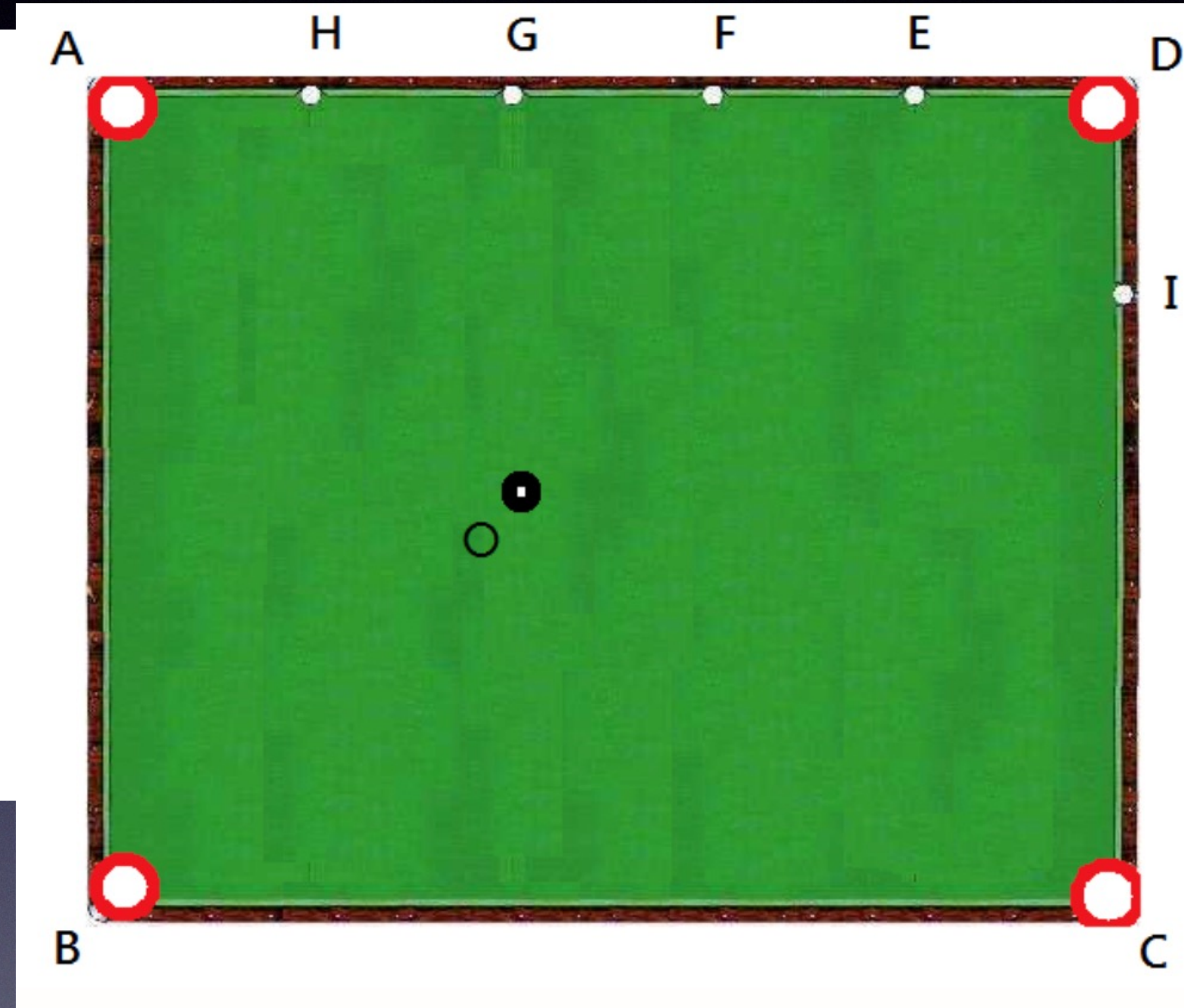


題目

Q.有一個長400公分，寬320公分的長方形撞球台，已知： $\overline{AH} = \overline{HG} = \overline{GF} = \overline{FE} = \overline{ED} = \overline{DI} = 80$ 公分，O點到 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AD}$ 皆為160公分。若將一球放在O點。

(1)將此球打向I點，最後球會落入_____袋(A、B、C、D)，

(2)將此球打向_____點(H、G、F、E、I)，最後球會落入A袋。



說明

B、E

撞球所需把握的技巧

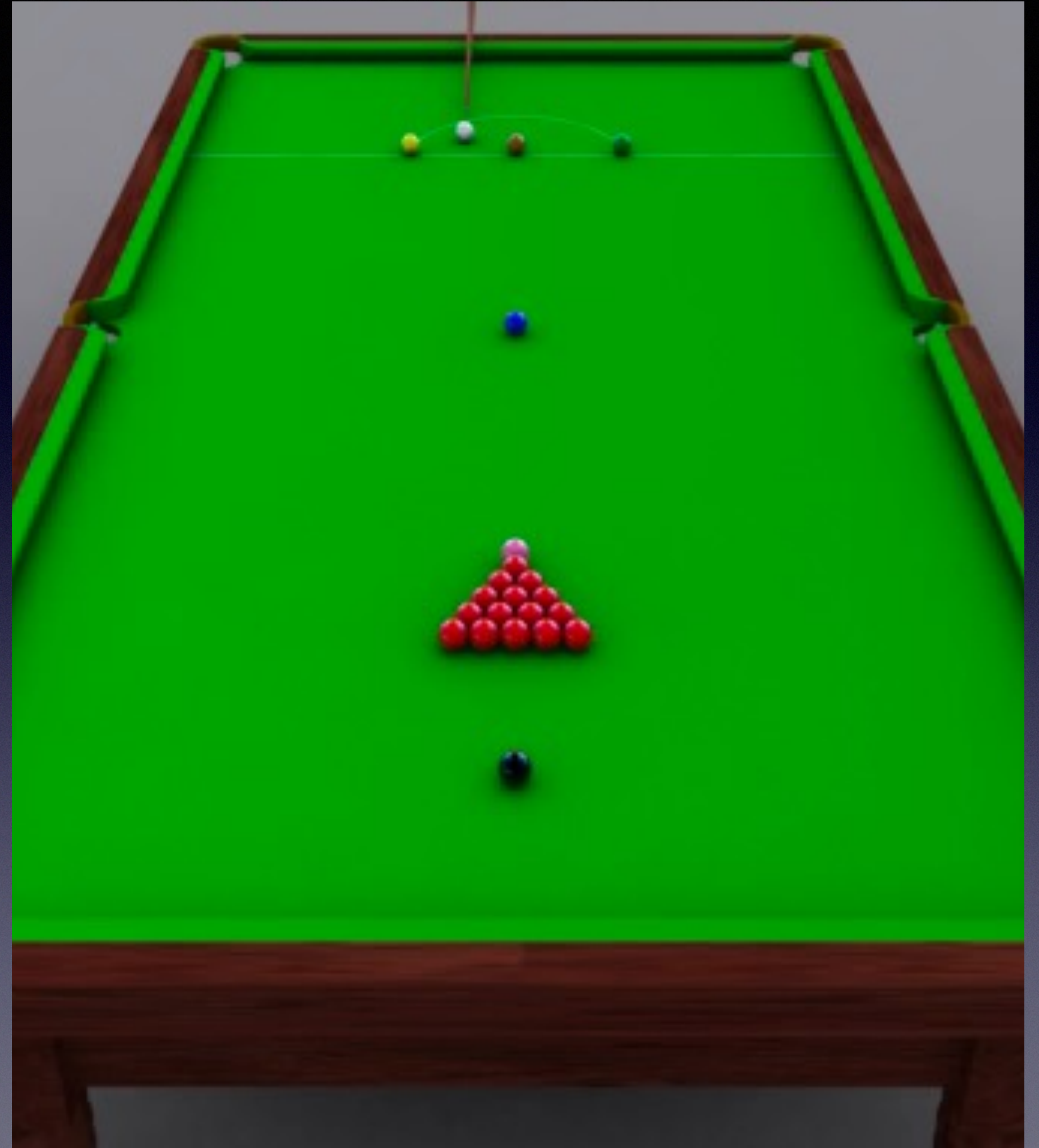
- 角度的掌握
- 力道的運用
- 計算出預計停留的位置



數學人的撞球

斯諾克

1個白色母球，15個紅球和6個色球。
撞擊紅球入袋得1分，色球入袋分數依次為黃（2）、綠（3）、棕（4）、藍（5）、粉紅（6）、黑（7）。



Manu Ginobili的數學問題

Boris、Tiago和Manu三個人打桌球，規則是輸了就要下場，贏的人可以留在場上。我們只知道全部結束後，Boris打了10場、Tiago打了15場、Manu打了17場

問題很簡單：誰輸了第六場？沒有遺漏的資料，也不需要搞技巧作法，只需要用到一些些數學Enjoy it！



籃球

- 投籃命中率
- 三分命中率
- 罰球命中率



命中率：48.2%

三分命中率：42.1%

FT：91.6%

32分

5.5籃板

5.8助攻

棒球



先發二十三場，九勝二敗，

ERA：3.18

156K

每九局10.8次三振

WHIP：1.09

棒球

- 打擊率
- 長打率
- 上壘率
- 盜壘成功率

• **OPS=OBP+S**



出賽**155**場，**537**個打數

擊出**138**安打，打擊率**0.257**，
上壘率**0.372**，長打率**0.592**，

46支全壘打，**100**打點，**103**
得分，**26**次盜壘成功

Weighted On-Base Average (wOBA)

加權過後的上壘率

- wOBA試著為球員表現提供一個完整的面貌
- 涵蓋了從保送、觸身球到全壘打及犧牲打所有數據
- 基於上述這些動作所貢獻的平均分數來做加權的分配
- 打擊率與上壘率無法捕捉到的區別

wOBA

$$= \frac{(0.690 \times uBB + 0.722 \times HBP + 0.888 \times 1B + 1.271 \times 2B + 1.616 \times 3B + 2.101 \times HR)}{(AB + BB - IBB + SF + HBP)}$$

我們利用公式裡的權重值來給予不同功擊行為各自相異的評價。一隻**1B**的價值並不是**2B**的一半，其價值大概是**2B**的**70%** (加權係數**0.892:1.283**)。這些權重數值是根據線性權重得來，其實就是基於球季中一壘安打、二壘安打等各行為改變實際得分數而設定的

- BB:四壞球保送
- IBB:故意四壞球
- HBP:觸身球保送
- AB:打數
- SF:高飛犧牲打



運彩公司

- 運彩公司設定的賠率，都是有利於自身的。只要對勝負的投注額比例在一定的範圍內，運彩公司就能獲利



- 由台灣運彩官方向國外網站數據發行公司STATS取得運動賽事數據後，放在台灣運彩網頁上供顧客使用。

運彩公司的潛規則

假設對雙方的投注額分別是 x 和 y 、投注雙方平局的投注額是 z 的話，如果A隊勝，運彩公司需要付出 $1.17x$ 作為獎金。如果B勝，則需要付出 $17.09y$ 作為獎金。如果雙方平局，運彩公司則需要付出 $6.78z$ 作為獎金。那麼只要滿足這 3 個不等式，運彩公司就不會虧損：

$$x+y+z-1.17x > 0 \quad ;$$

$$x+y+z-17.09y > 0 \quad ;$$

$$x+y+z-6.78z > 0$$

得出的 $x:y:z$ 的範圍就是運彩公司的獲利空間。只要投注額比例落在這個獲利區間內，運彩公司就能獲利。雖然不是每場球賽的賠率都這

對衝

- 對衝亦稱避險
- 這是一種投資策略
- 可以進一步的降低投資風險
- 對股票、外匯、期貨、加密貨幣等投資都有相關的避險策略可以操作

什麼是賠率

- 賠率：計算投注可以贏得彩金的倍率。通常越強的隊伍勝率越高，因此賠率便會較低。
- 計算方式：假設下注X元A隊獲勝
若結果為A隊獲勝，則可以拿回 $1.24x$ 元，及獲利 $0.24x$
但若比賽結果是和局或B贏，則無法拿回半毛錢，及賠了X元

	A 贏	和局	B 贏
賠率	1.24	4.80	8.70

返還率

1. 下注的本金可以拿回多少錢
2. 想要確定能拿回固定金額，需要多少本金

例子

期望收益100元(想要能拿回100元)

下A隊勝需要： $100/1.24 \approx 80.65$ 元

下和局需要： $100/4.80 \approx 20.83$ 元

下B隊勝需要： $100/8.70 \approx 11.50$ 元

若想要拿回100元，需要本金： $80.65+20.83+11.50 \approx 113$ 元

	A 贏	和局	B 贏
賠率	1.24	4.80	8.70

必定贏錢的方法

第一間彩卷行

	A 贏	和局	B 贏	返還率
賠率	1.24	4.8	8.7	89%

第二間彩卷行

	A 贏	和局	B 贏	返還率
賠率	1.5	4.2	7.6	96.3%



必定贏錢的方法

如果想要贏回100元

第一間彩券行:

下和局需要： $100/4.80 \approx 20.83$ 元、下B隊勝需要： $100/8.70 \approx 11.50$ 元

第二間彩券行:

下A隊勝需要： $100/1.5 \approx 66.67$ 元

本金總和： $20.83+11.50+66.67=99$

不論比賽結果如何，必能賺到1元

而隨著本金的越大，就能穩定賺入更多錢

球類比賽結果預測

球類比賽影響結果的變因有很多，像是戰術、攻擊、防守能力、天氣、時間等等，但若是單純只考慮團隊的比賽表現(攻擊和防守能力)是有辦法去簡單預測球賽之間勝負關係的。

機率學

預測方法

$$\mu_{A,B} = O_A V_B$$

若單只考慮到球隊的團隊表現，我們可以把團隊的表現表示為：

其中 $\mu_{A,B}$ 是預期的進球數，其中 O_A 表示 **A** 隊的攻擊強度， V_B 表示 **B** 隊的防守弱點。

泊松過程

$$P[(N(t + \tau) - N(t)) = k] = \frac{e^{-\lambda\tau} (\lambda\tau)^k}{k!} \quad k = 0, 1, \dots$$

1. 在兩個互斥（不重疊）的區間內所發生的事件的數目是互相獨立的隨機變數。
2. 在區間 $[t, t+\tau]$ 內發生的事件的數目的機率分布為

如何運用數據

假設 $x_h(n)$ 為主隊在第 n 場比賽中的進球數， $x_a(n)$ 為客隊的進球數。
然後可以計算結果的可能性為：

$L(\mathbf{O}, \mathbf{V})$ 代表進球的可能性
 O_A 表示 A 隊的攻擊強度
 O_B 表示 B 隊的攻擊強度
 V_B 表示 B 隊的防守弱點
 D_A 表示 A 隊的防守弱點

$$L(\mathbf{O}, \mathbf{V}) = \prod_{(A,B,n) \in M} \left(\frac{e^{-O_A V_B} (O_A V_B)^{x_h(n)}}{x_h(n)!} \right) \left(\frac{e^{-O_B D_A} (O_B D_A)^{x_a(n)}}{x_a(n)!} \right)$$

如何計算攻擊強度和防守弱點

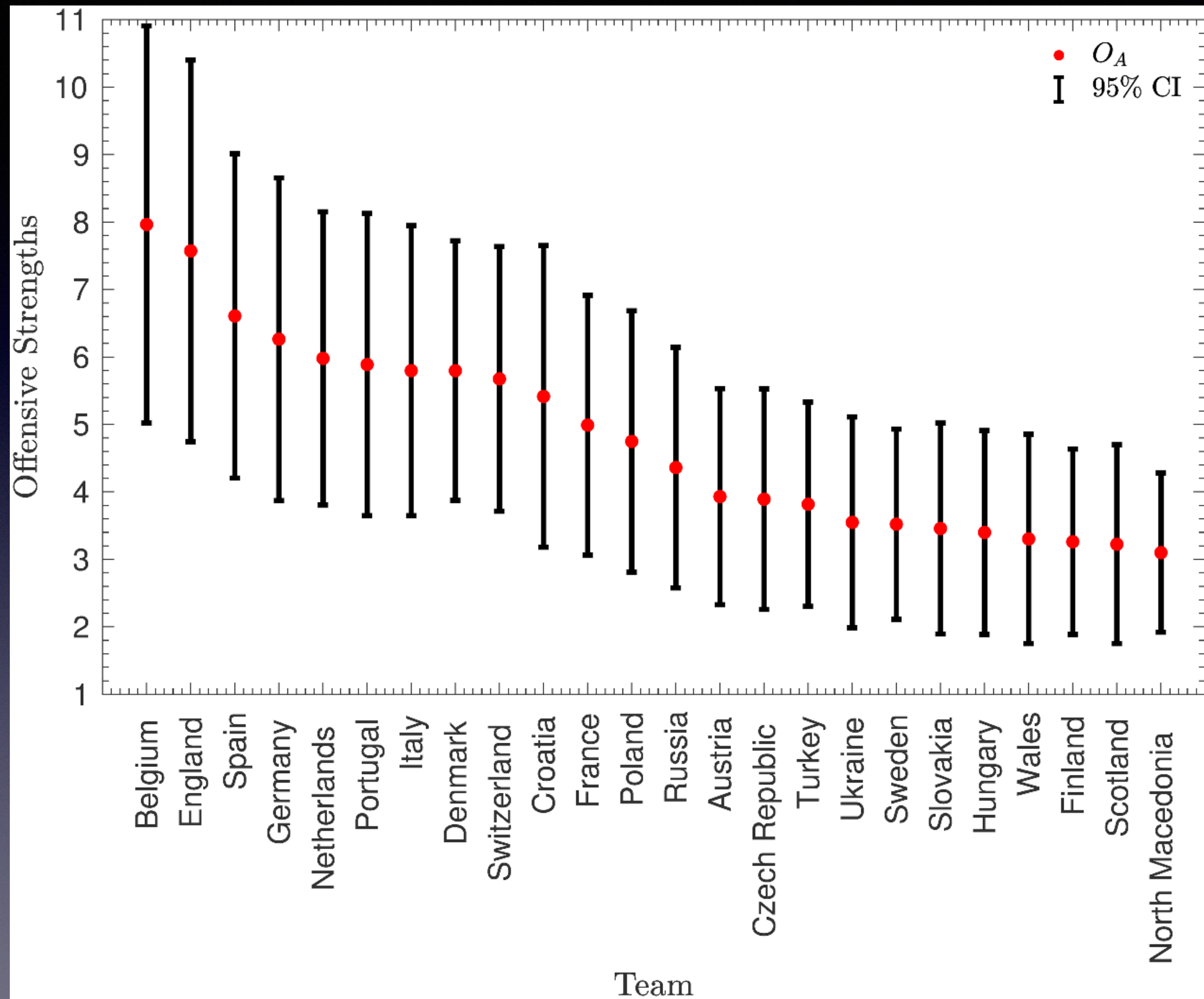
$$-\sum_B P_{A,B} V_B + \frac{f_A}{O_A} = 0$$

須先知道各隊的進球數和防守球數，再從兩隊過去一起競爭的場數去估算攻擊強度和防守弱點。

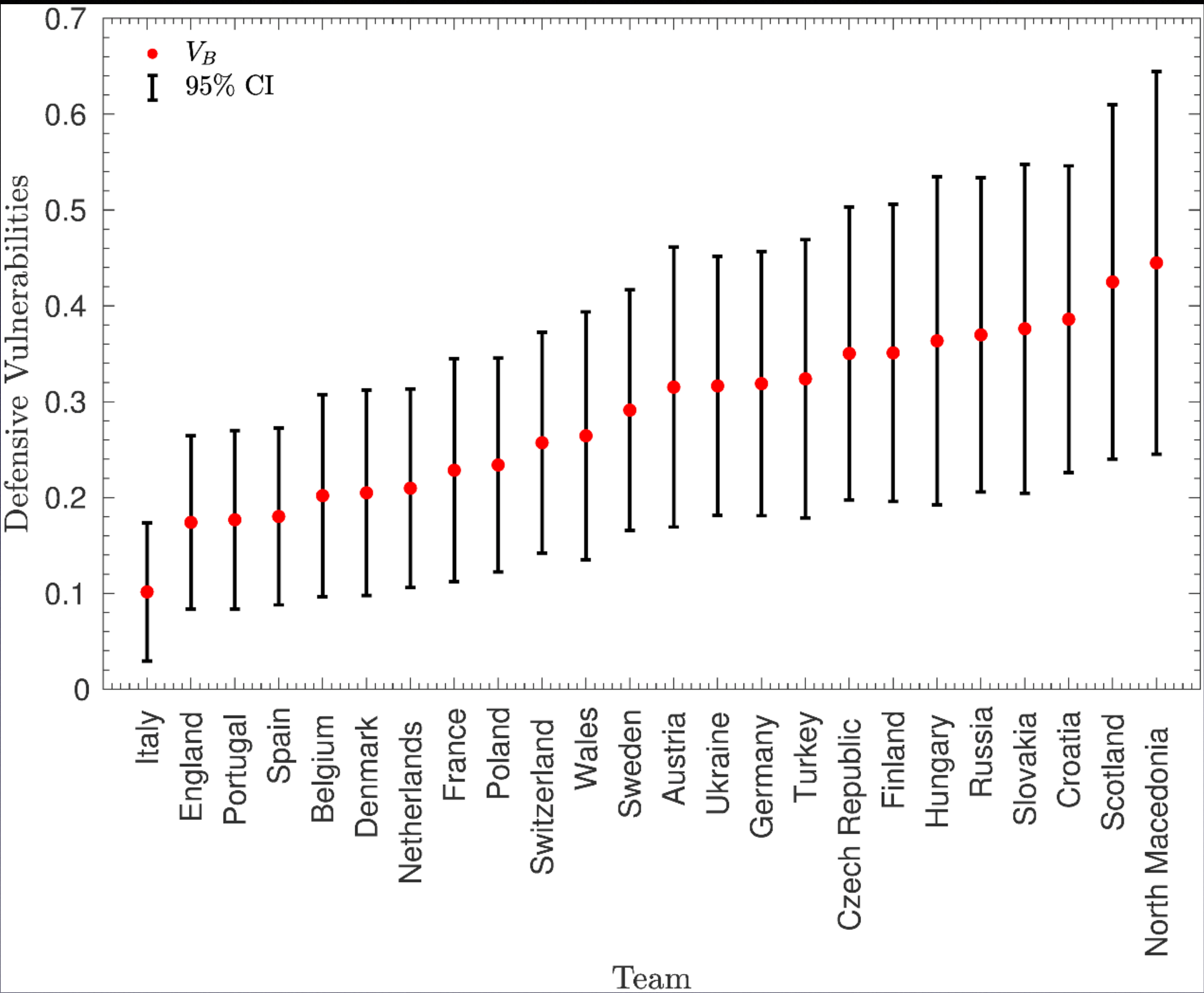
f_A A隊的總進球數

$P_{A,B}$ 兩隊的競爭場數

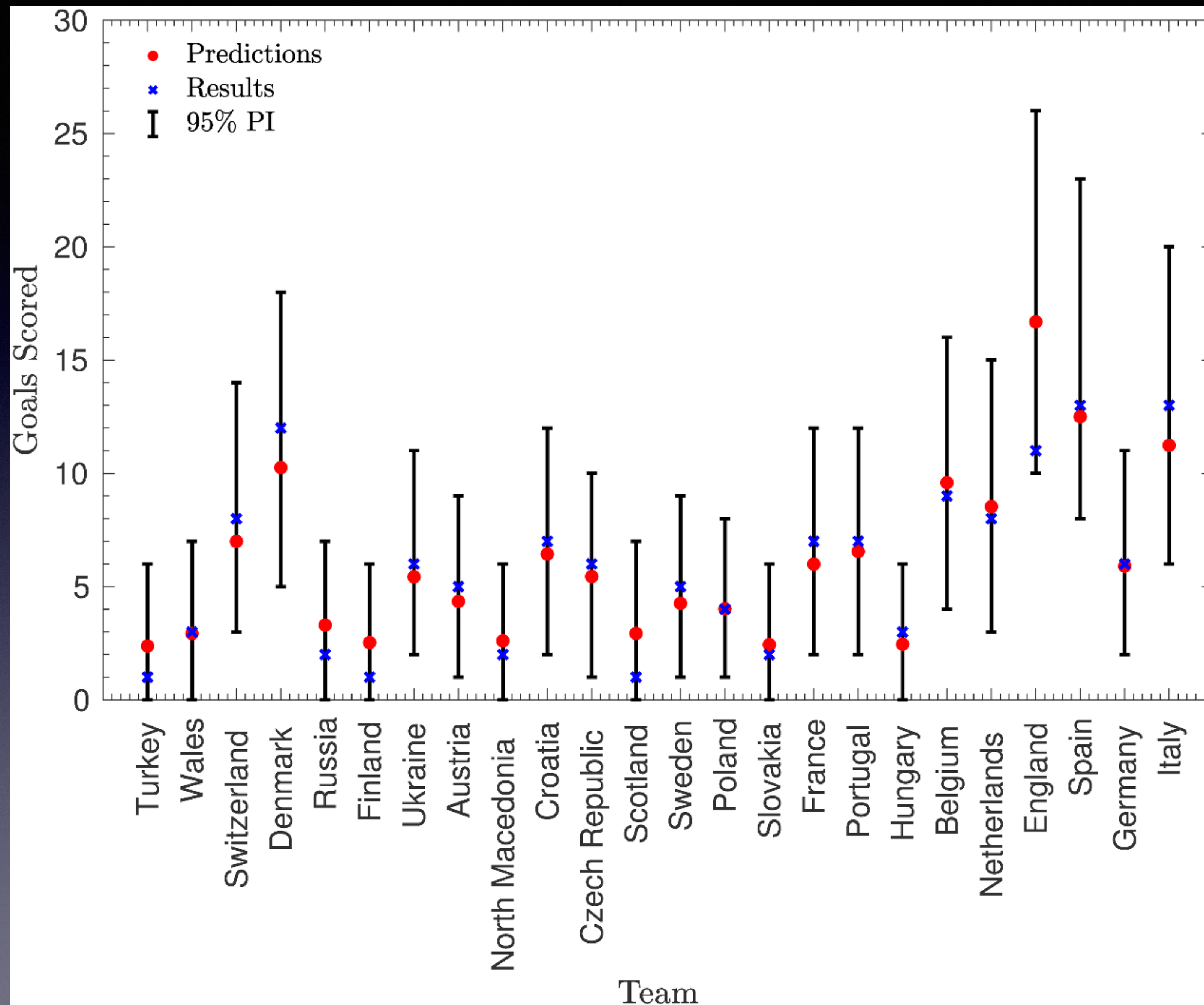
透過兩式可以找到 $O_A V_B$ 並同理去計算 $O_B D_A$ ，就可以計算進球的可能性



進攻強度的賽前預估表

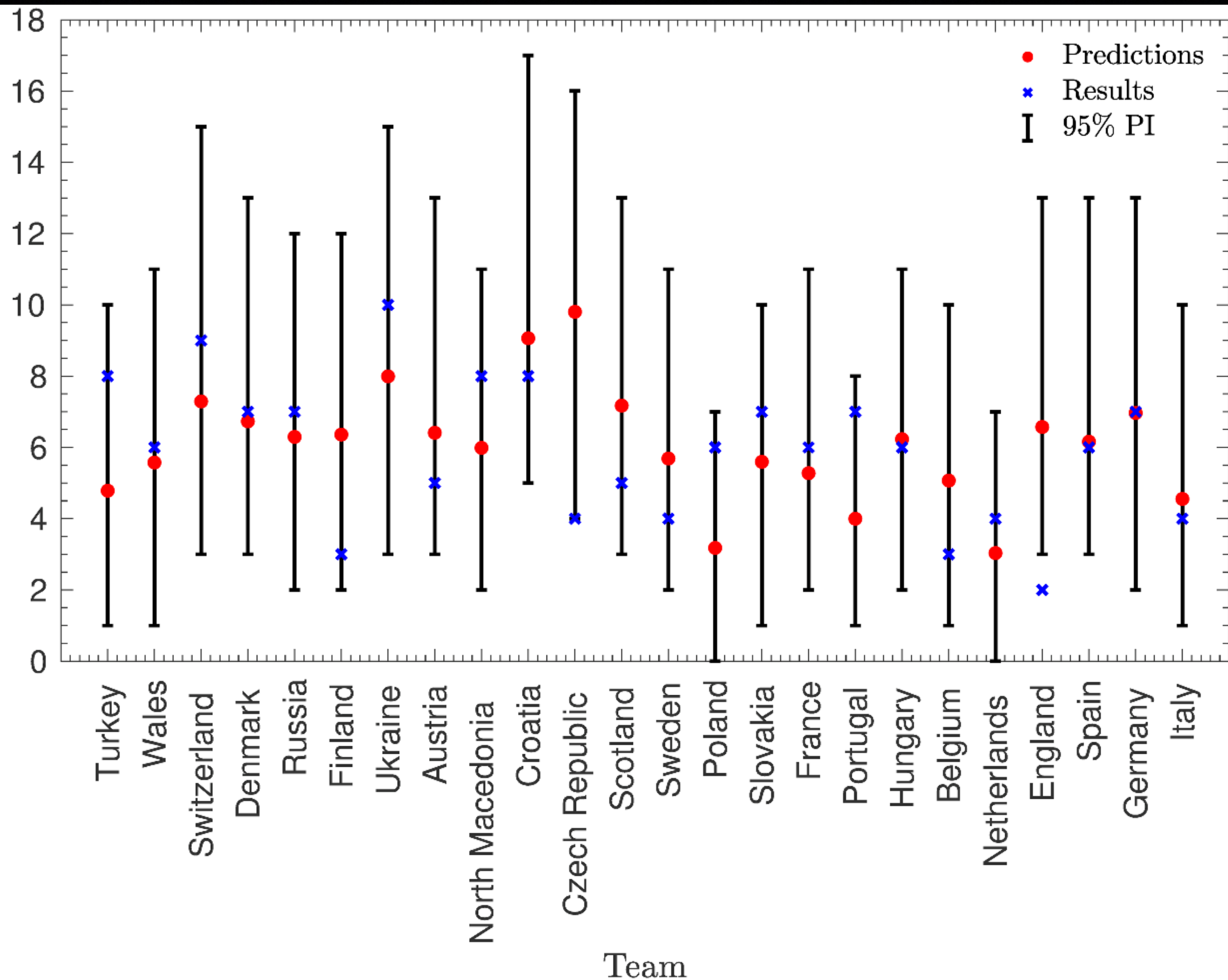


防守強度的賽前預估表



進球數的預估和最終結果的比較

Goals Conceded



防守球數的預估和最
最終結果的比較

統計學

統計學的介紹

- 統計學是在資料分析的基礎上，**研究測定、收集、整理、歸納和分析反映數據資料**，以便給出正確訊息的科學。由於它基於觀測、重視應用，統計學常被看作是一門獨特的數學科學，而不是一個數學分支。
- 自一組數據中，可以摘要並且描述這份數據的**集中和離散情形**，這個用法稱作為敘述統計學。
- 觀察者以數據的形態，建立出一個用以解釋其**隨機性和不確定性的數學模型**，以之來推論研究中的步驟及母體，這種用法被稱做推論統計學。

資訊應用

1. 有了這些資料，球隊的教練就可以透過分析對手過去的戰況來預測未來勝率。
2. 一般民眾也可透過這些資料預測接下來的賽事戰況，增加買運彩贏錢的機率。

謝謝聆聽