數學思維與解題
期中報告

指導老師:葉均承

第八組
411131138 侯卉榛 411131136 侯逸樺
411131114 林進暄 411131118 董奕寬
411131108 林俊宏 411131130 陳景炫

討論正n邊形的內接正三角形

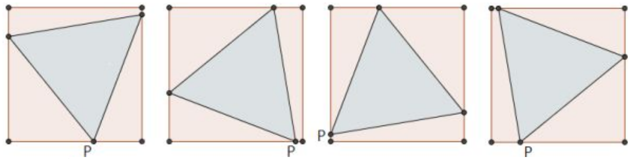
第一名

類別：幾何

壹、研究動機

題目是和同學討論101年學測考題時，所得到的靈感，原題目是在正三角形的每一個邊之兩個三等分點中各選一點連成三角形的問題，選項中說明只能連出兩個正三角形。接著，我們定義三個頂點分別在正n邊形三個不同邊上的正三角形為此正n邊形的內接正三角形，進而好奇的想知道正n邊形之內接正三角形是否存在?可否作圖?故事就從這裡開始。

貳、研究目的



一、每一個正n形是否皆有無限多個內接正三角形呢?

二、對於在正n形的邊上的任意一點P，是否恰能在其邊上找到唯一一組點Q、R，使得△PQR為該正n形的內接正三角形呢?

三、對於在正n形的邊上的任意一點，找出它的內接正三角形的作圖方式。

四、將正n形的每一個內接正三角形全都畫出後，研究畫出的圖形之特殊性質。

tri to 唯一(三角形唯一性之探討)

第二名

類別：幾何

壹、研究動機

作者曾在練習卷上做過一道題目 ：已知三角形之三高分別為 2 , 3 , 5, 是否可決定唯一的三角形？隨後又在其他的練習卷上，遇到下列題目：設 G 為 △ ABC 的重心，且 GA = 2 , GB = 3 , GC = 5 , 則 GB•GC + GC•GA = ? 老師說此題 條件有誤，因為題幹所敘述的三角形是不存在的。 由這兩個楔子，致使作者對這一類的問題 產生了濃厚的興趣。究竟在何種條件下三角形才存在 ？在何種條件下可決定唯一的三角形 ？又此三角形該如何描述它 ？

貳、研究目的

從研究動機的兩則題目中我們發現：五心 (重心、垂心、內心、外心、旁心)與所給的條件， 是決定三角形存在性與唯一性的關鍵。本研究的目的主要是以重心、垂心、 內心、外心、旁心為分類，討論在各種給定的條件 下，三角形的存在性、唯一性，並試著去描述此三角形。

一筆畫圖形之最長路徑探討

第三名
類別：幾何

壹、研究動機

在一本有關數學遊戲的書中，我們發現一個有趣的問題：在一個 3×3 點方陣中，如 何用一筆畫連出最多條線段，且路徑不重複，不能斜走。經過幾次嘗試之後，我們可以很 容易地得到結果：

左邊 3 種圖形皆連出了 10 條線段，並無法再連出更多線段。這個問題引起了我們的 興趣，當點方陣為 $m \times n$ 時結果又是如何

於是我們將點方陣加大，並延伸至立體的點方塊，探討其一筆畫連出線段的最大值，並計算特定情況下，一筆畫完成此圖形的方法數。

貳、研究目的

一、探討 $m \times n$ 點方陣中，一筆畫連出的線段最大值。

二、探討 $a \times b \times c$ 點方塊中，一筆畫連出的線段最大值。

三、探討 $3 \times n$ 點方陣中，一筆畫連出最大線段長的走法數。

四、探討 $4 \times n$ 點方陣中，一筆畫連出最大線段長的走法數。

五、探討 $5 \times n$ 點方陣中，一筆畫連出最大線段長的走法數。

旋機ー在會旋轉的平面和立方格子中選取塗色求塗法數

第三名
類別：幾何

壹、研究動機

作者覺得 1996 AIME 的第 7 題很有趣，可以用遞迴和排列組合等課堂上學過的觀念研究，或許可以延伸，於是進行探討。

Two squares of a 7X7 checkerboard are painted yellow, and the rest are painted green. Two color schemes are equivalent if one can be obtained from the other by applying a rotation in the plane board. How many inequivalent color schemes are possible?

貳、研究目的

1. 在可旋轉的白底 7×7 方陣上，塗 2 格相同顏色的塗法數。
2. 承 1，推廣至任意 n × n 可旋轉的的方陣上塗 x 格(x≥ 2)。
3. 推廣至 m × n 可旋轉的長方形上塗 x 格(x≥ 2)。
4. 推廣至正六邊形上塗 x 格(x≥ 2)。
5. 在可旋轉的立方體，塗兩格立方格。
6. 在立方體中塗立方格上六個表面中的兩格

動態追逐

第三名
類別:幾何

壹、研究動機

經由文獻[1]、[2]、[3]之探討，了解大多的追逐問題，整理較常見的幾個追逐問題如下。

1.四質點(四隻狗)位於正方形四頂點互相追逐　2.一質點追逐另一以等速度運動之質點

3.一質點追逐另一以等速率做圓周運動之質點

貳、研究目的

在經典的追逐問題中，質點的瞬時速度無時無刻 指向其目標點，因此必須處理微分方程;而我們所定義的追逐方式是質點的位移無時無刻指 向其目標點，換言之，出發點、質點及目標點三點恆在一直線上，這樣的追逐方式使得我們 可以引進位移的觀念，並利用解析幾何、向量、三角函數、畢式定理、正弦定理以及參數式 而得到下列結果。

1.質點做正n邊形動態追逐的軌跡方程式及路徑長　2.質點做正n邊形動態追逐時質點間的相對軌跡

3.質點做n邊形動態追逐的軌跡方程式　4.質點做單向追逐的軌跡方程式　5.質點做圓形追逐的軌跡方程式

並將我們的結果與經典的動態追逐做比較。

最後希望能將動態追逐推廣至三維空間，並將所有問題推廣發展

成另一類新的追逐問題。