數學史

第五組

組員:陳怡傑、黃擎天、陳仕銘、蔡孟勳、李博勛

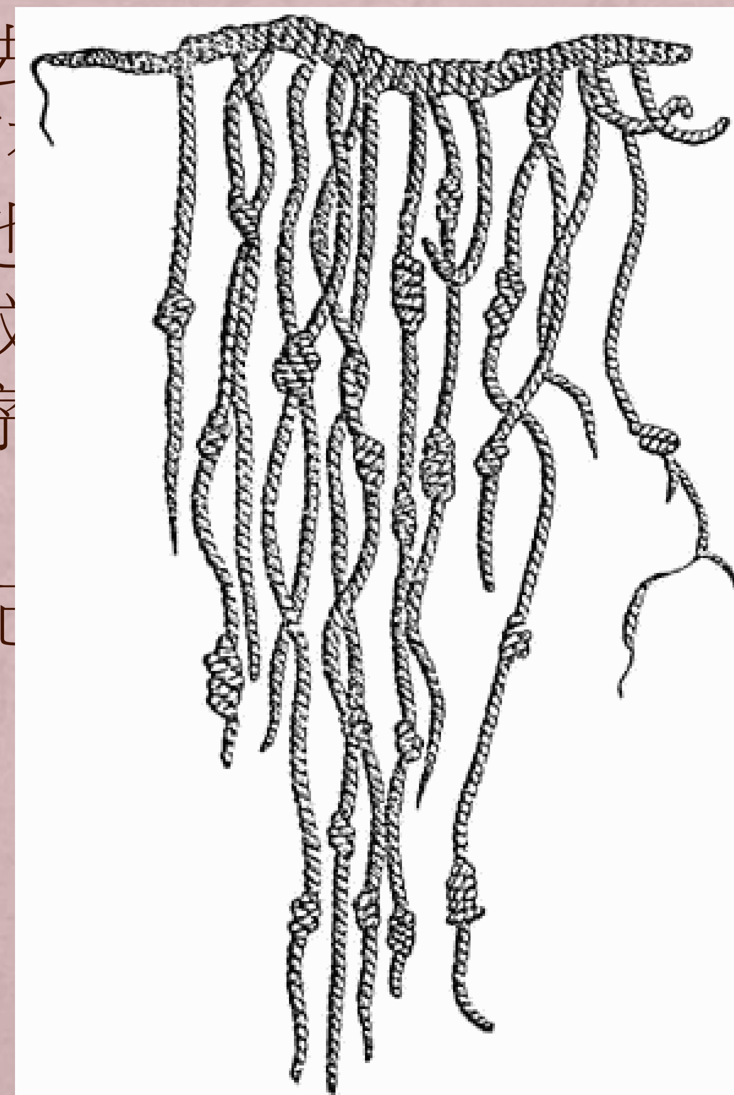
目錄

史前數學

史前的人類就已嘗試用自然的法則來衡量物質的多少、時間的長短等抽象的數量關係，如時間－日、季節和年。算術(加減乘除
當時已有幾
瓦帝尼萊邦
物。它是一
缺口，使用

相似的史前遺物也在非洲和法 0至
20,000年之久，都與量化時間 源之
一的愛德華湖西北岸伊香苟地 至更
久，則刻有三組一系列的條紋 長。常
見的解釋是已知最早的質數序 六個陰
曆月的紀錄。

其他地區亦發現不同的史前記 印加帝
國內用來儲存數據的奇普。



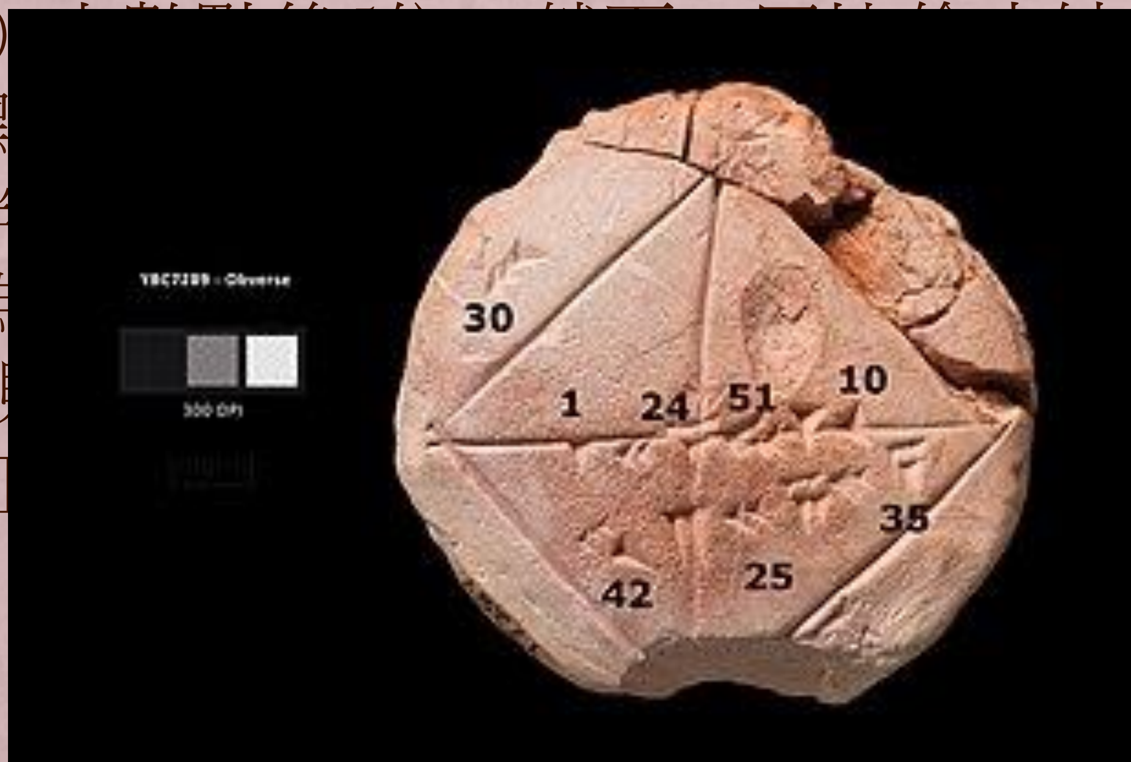
古巴比倫數學

古巴比倫數學指從早期蘇米爾到希臘化時期和幾乎是基督教曙光這段時期，任何美索不達米亞（現伊拉克）人的數學。巴比倫的數學主要來自兩個獨立的時期：公元前2000年的最初的幾百年（舊巴比倫時期）和公元前1000年的幾個世紀（塞琉古帝國時期）。之所以命名為巴比倫數學，是因為巴比倫是當時數學研究中的中心。接著，在阿拉伯帝國之後，美索不達米亞，特別是巴格達，則再次成為了阿拉伯數學研究的中心。

與稀少的埃及數學史料不同，我們對巴比倫數學的認識來自1850年以來挖掘出的超過400塊的泥板。這些泥板以楔形文字，在濕潤的粘土上寫成，隨後用火爐或日照烘乾。其中的一些泥板看起來是被批改過的作業。

巴比倫數學是用60進制的計數系統寫成的。現代文明中的60秒是一分鐘，60分鐘是一小時，一個圓周是360（60x6）度，以及用「分」和「秒」來表示非整數的弧度，都是來自巴比倫的這套計數系統。之所以選擇60進制，可能是因為60可以被2、3、4、5、6、10、12、15、20和30整除。同時，不像埃及、希臘或羅馬，古巴比倫人使用的是真正的位值制系統，左側的數字代表較大的值，和現代的十進制系統非常相似。巴比倫計數系統的強大之處在於，分數可以像整數一樣方便的表示，而分數乘法和整數乘法沒有區別，這也和現代計數系統相似。

巴比倫人的計數法要優於文藝復興之前的任何一個文明，
這套計數法的力量允許人們達到非凡計算能力和計算精確
度。例如：”巴比倫泥板YBC 7289”將根號2計算到了
（十進制） … 乏類似十進
制的小數 … 常只能根據
上下文來 … 發明了零的
符號，作 … 字的中間，
零沒有出 … 了非常接近
但並非真 …



巴比倫數學涵蓋的其他領域包括分數、代數，二次和三次方程式，以及不規則倒數近似值的計算。表格則包括乘法表，以及求解線性、二次、三次方程式的方法，這在當時是了不起的成就。舊巴比倫時期的表格還包括了最早對畢達哥拉斯定理的表述。然而，和埃及數學一樣，巴比倫數學同樣沒有注意到近似解和確切解的區別，以及一個問題的可解性。更重要的是，沒有數學證明和邏輯原則。

古埃及數學

古埃及數學是指用埃及文寫成的數學。在希臘化時期之後希臘文取代了埃及文成為埃及學者使用的語言。埃及的數學研究隨後在阿拉伯帝國成為阿拉伯數學的一部分得以延續，而阿拉伯文此時則成為了埃及學者的書面語言。

最具代表性的埃及數學著作是萊因德數學紙草書，斷定為公元前1650年寫成，不過這很可能是一份於公元前2000-1800年的中埃及寫成的更早文獻的謄抄本。這是一份寫給學生的代數和幾何教材，此外，還包括面積公式、乘法除法的計算方法和分數的知識，此外也有其它數學知識的證據，包括質數和合數，代數平均數、幾何平均數以及調和平均數，對埃拉托斯特尼篩法和完美數理論的簡單理解。它同時也展示了如何求解一階線性方程式，以及代數和幾何數列。

另一個重要的埃及數學文獻是莫斯科紙草書，同樣來自中埃及時期，斷代為公年前1890年。 這份紙草書包括了我們今天的應用題，看上去是為了趣味。其中一個問題被認為

是特 「如

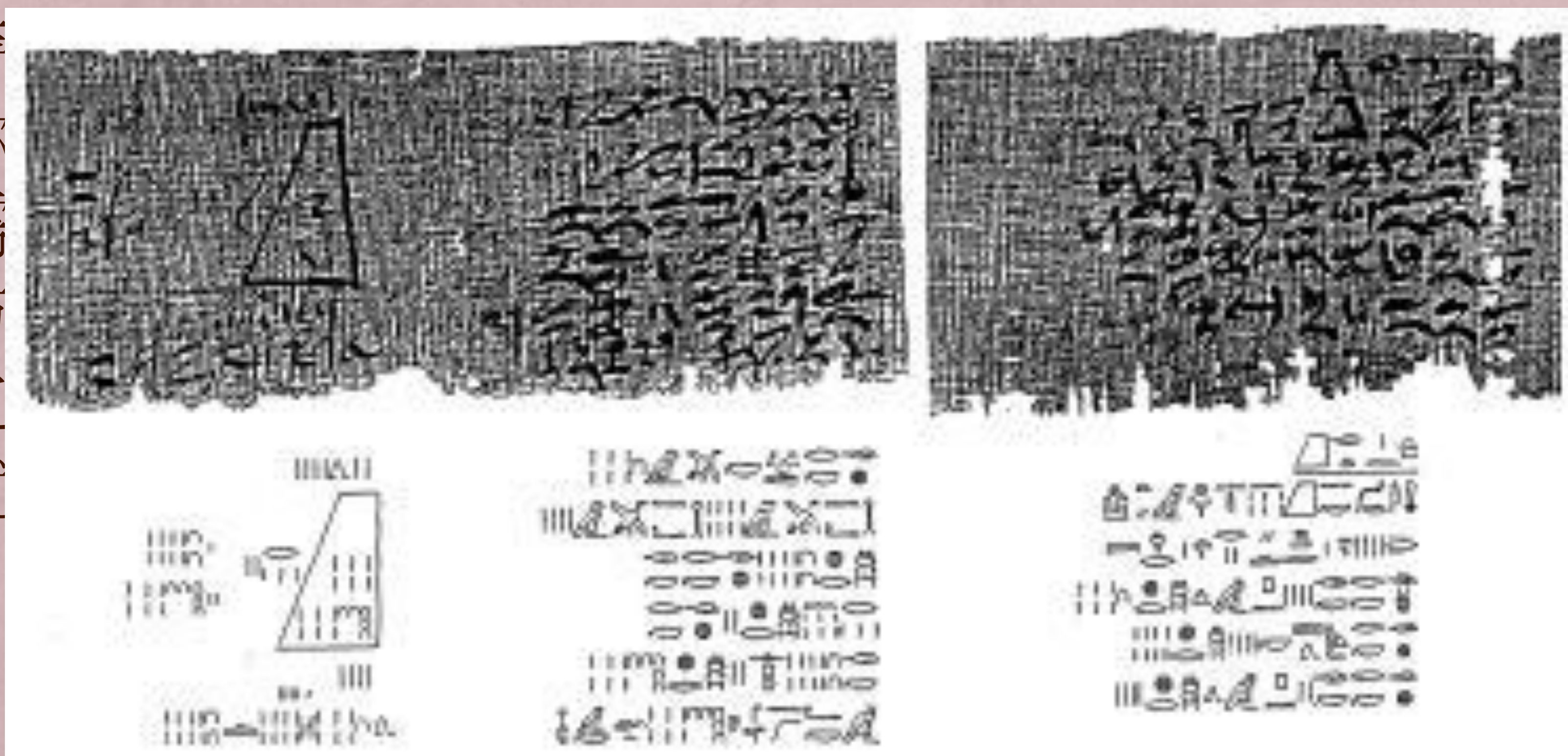
果你 。

你需 2的

平方 三

分之 ，

這就

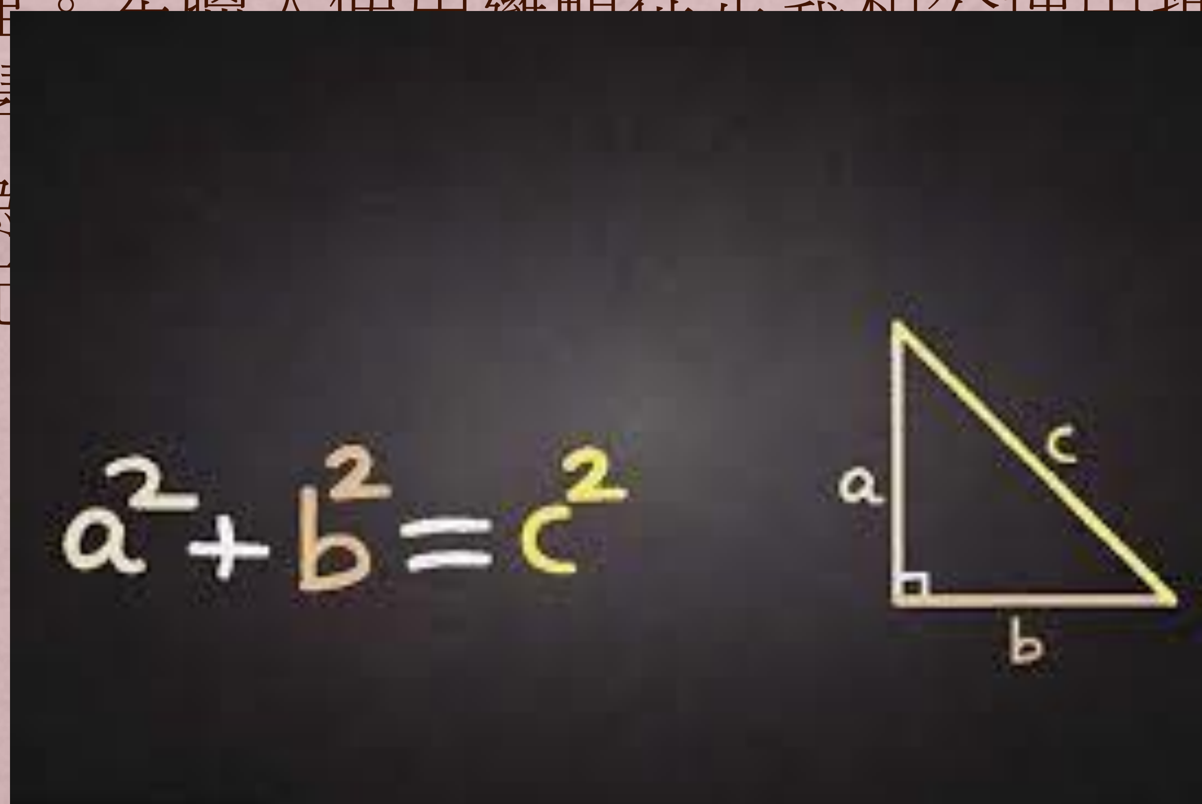


古希臘數學

古希臘數學指用希臘文寫成，從泰勒斯以來（約公元前600年）到公元後529年雅典學院關閉這段時間的數學成果。希臘數學家居住在整個東地中海，從義大利到北非的地帶，但擁有相同的文化和語言。亞歷山大大帝之後的希臘數學，有時也被稱作希臘化數學。

古希臘數學比其他的早期文明發展出的數學更加先進複雜。古希臘數學之前存留下來的記錄都表明了歸納推理的應用也就是通過重複的觀察來建立經驗法則。但希臘數學正相反，使用演繹推理。希臘人使用邏輯從定義和公理中推導出結論，並在數學

古希臘數學被認為 和畢達哥拉斯（公元 度依然是有爭議的， 的啟發。根據傳說， 學，幾何以及天文學。

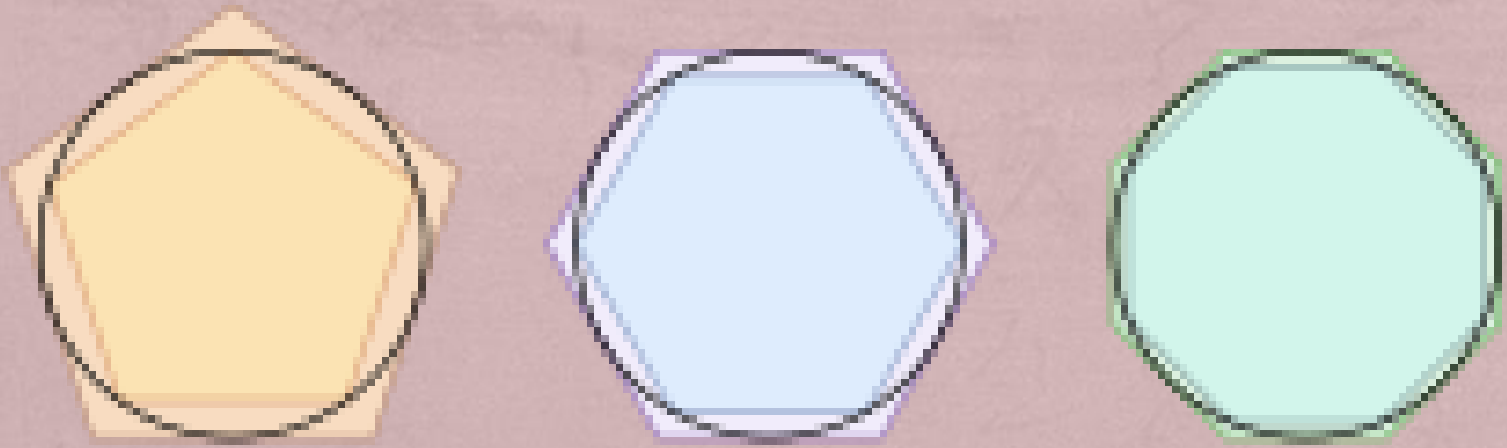


泰勒斯使用幾何學來解決問題，例如計算金字塔的高度，以及船隻到海岸的距離。他也被認為是將演繹推理應用到幾何學的第一人。由於推導出了泰勒斯定理的四個推論，他被譽為是第一個真正的數學家，以及第一個有署名的數學發現。畢達哥拉斯建立了畢達哥拉斯學院，它的原則是數學統治著宇宙，並有「萬物皆數」的格言。畢達哥拉斯是「數學」這個詞語的提出者，也是因興趣而研究數學的先驅。畢達哥拉斯猜想的最早證明就歸功於畢達哥拉斯學派，儘管對整個定理的表述已經有很長時間的歷史了。他們也證明了無理數的存在。

柏拉圖在數學史上因啟發和指導他人而非常重要。他創立的雅典柏拉圖學園成為了公元4世紀時世界數學的中心，也是當時一流數學家的母校，比如歐多克索斯。柏拉圖也探討了數學的基礎，澄清了一些定義（例如直線是「不斷延伸的長度」），並對前提做了重新整理。數學分析的方法也同樣歸功於柏拉圖，一個計算畢氏三元數的公式就以他的名字命名。

歐多克索斯發展了窮竭法，是現代積分法的前身；應用了比例論避免了無限小數所遇到的問題。前者使計算曲線圖形的面積和體積成為可能，後者使後來的幾何學家極大推動了幾何學的發展。雖然他並沒有具體的數學發現，但亞里斯多德認為他是把數學建立在邏輯基礎上的功臣。

而阿基米德使用窮竭法估算出了圓周率的值。



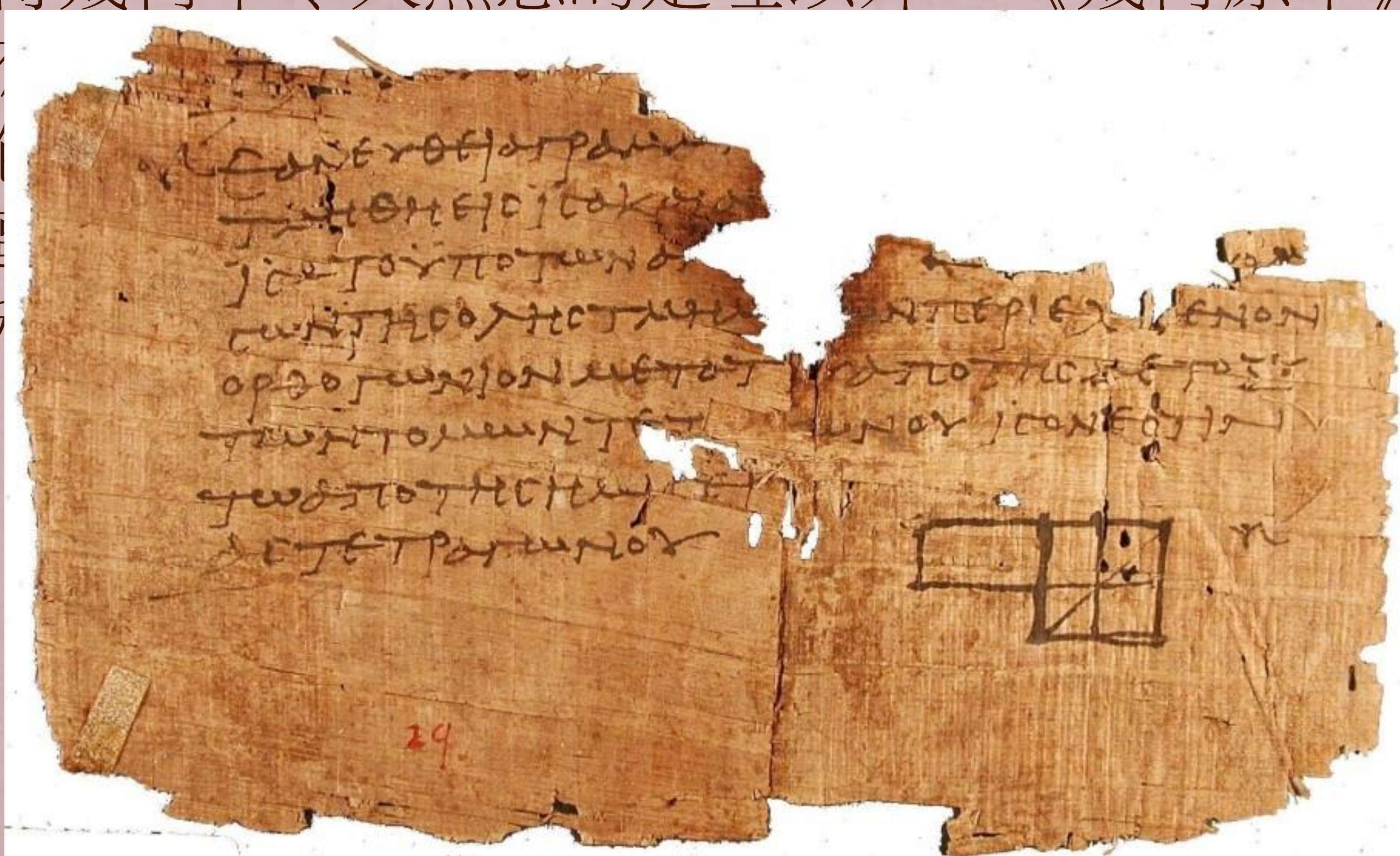
在公元前3世紀，數學教育和研究的中心在亞歷山大港的繆斯神殿（後世也稱為亞歷山大博物館）。這是歐幾里得講課和寫下《幾何原本》的地方，後者被認為是歷史上最成功和最具有影響力的教科書。《幾何原本》用公理化方法引入了數學的嚴謹性，並且其中最早的「定義」、「公理」、「定理」、「證明」的格式至今依然在數學中使用。儘管絕大多數《幾何原本》中的內容都是已知的，但是歐幾里得將他們組合成了條理分明的一套邏輯框架體系。

《幾何原本》因在20世紀中期前教導了所有的西方人而聞
名，其中的內容依然在今天的幾何課上講授。除了歐幾里
得幾何中令人熟悉的定理以外，《幾何原本》還是當時所

立體幾何，

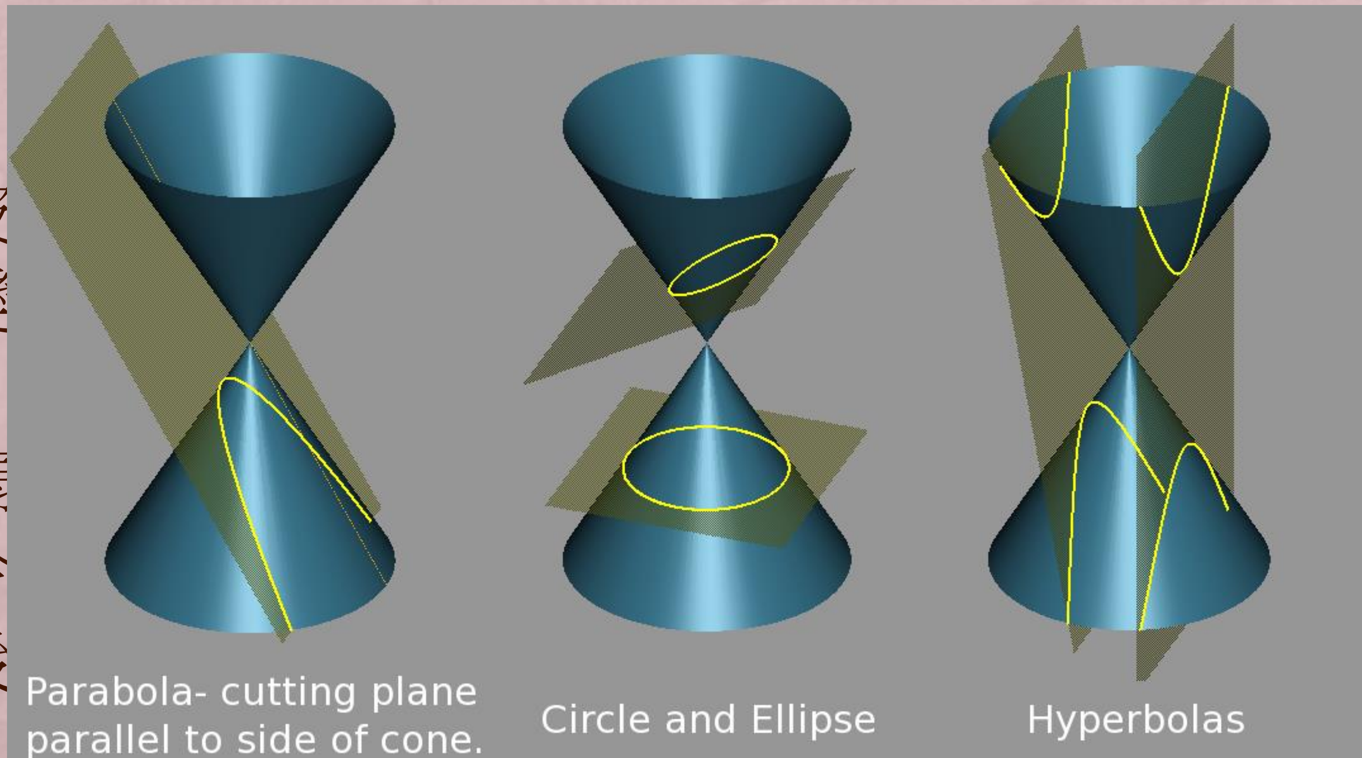
多個的證明。

球面幾何學



敘拉古的阿基米德一致被認為是古代最偉大的數學家，他使用了窮竭法求無窮級數的和，計算出了拋物線下的面積，這種方法在現代的微積分課堂上並不陌生。他還顯示了通過窮竭法可以將 π 的值計算到任何想要的精度，他還求得了在當時最為精確的 π 值：在 $3\frac{10}{71}$ 和 $3\frac{10}{70}$ 之間。他還講解了後世以他的名字命名的阿基米德螺線，發現了旋轉曲面的面積公式（拋物面，橢球面和雙曲面），以及一個可以靈活表示極大數字的系統。

他認為自己最偉大的成就，是發現球形的表面積和體積公式，也就是證明了球外接圓錐的表面積和體積是該圓錐的 $\frac{2}{3}$



阿波……表明了通過
改變……三種圓錐曲
線。……物線」、
「橢……最著名和
至今……的許多定理
隨後……家的無價之
寶，……，還是其它
的希臘數學家都沒有邁入解析幾何的領域，但阿波羅尼奧
斯對某些橢圓曲線的處理方式已經和現代方法相似。

在大概在同一時間，埃拉托斯特尼發明了尋找質數的埃拉托斯特尼篩法。公元前3世紀，通常認為是希臘數學的黃金時代，在此之後，就再也沒有那麼多純數學的研究成果出現了。儘管如此，這之後的應用數學得到的很大的發展，例如最有名的三角函數很大程度上是為了滿足天文學的需要。喜帕恰斯被認為是三角函數的創始人，他編制了第一張三角函數表，360度圓周的系統性應用也是自他開始。亞歷山大的海倫被歸功於發現通過三邊計算三角形面積的海倫公式，也是認識到負數可能開平方的第一人。亞歷山大港的梅涅勞斯提出了梅涅勞斯定理，是球面幾何的先驅。

古代最完整和最具影響力的三角函數著作是托勒密的《天文學大成》，這是天文學的里程碑著作，其中的三角函數表被隨後的天文學家繼續使用了一千年。利用三角法求圓內接四邊形邊長的托勒密定理也歸功於他本人，托勒密精確計算出了圓周率為 3.1416，這直到中世紀歐洲都是很精確的。

在托勒密去世後一個死氣 下來的公
元250到公元350年，有時 銀時代」。
在這個時段，丟番圖在代 面，也作
出了令人矚目的貢獻。如 番圖逼近
是一個重要的研究領域。 算術》，
其中包括了150個代數問題 是不定
方程式的解析解。《算術 了巨大的
影響，例如皮埃爾·德·費 時，嘗試
一般化其中的問題而想到 對數學記
號的貢獻也很大，《算術 用簡字代
數系統及代數符號的文獻

帕普斯是最後一位希臘的偉大數學家，他生活於約西元 4 世紀，主要的貢獻有帕普斯定理和古爾丁定理，後世還有以帕普斯命名的帕普斯構形和帕普斯圖。其著作《數學彙編》一書記錄了許多重要的古希臘數學成果，因為保存良好，在數學史上意義重大。然而在帕普斯之後的數學家，不再有顯著的創新，大多數的工作內容都流於評論前人的發現。

中國數學

早期中國數學和世界其它地方的數學有很大不同，因此可以合理認為是獨立發展的[79]。現存最古老的中國數學文獻是《周髀算經》，成書年代有很多說法，從公元前1200年到公元前100年都有，但認為是在公元前300年左右似乎是合理的。

中國數學

中國數學最特別的一點就是使用了十進制數位表示法，獨特的「算籌數」用來表示從1到10的數字，而額外的算籌則被用來表示10的乘方。因此，數字123可以表示為符號1，緊跟著符號100，接著符號2與符號10，最後符號3。這是當時全世界最先進的計數系統，而且在現代印度-阿拉伯數字系統引入之前，顯然已經被使用了數個世紀。算籌可以表示任意的大數，並且使得計算可以在中式算盤上進行。算盤的發明日期是不確定的，但最早的書面記錄是在公元190年，東漢徐岳撰寫的《數術記遺》中提到。

中國數學

中國現存最古老的幾何學作品來自《墨經》，由墨子的弟子編撰。《墨經》涉及了關於物理科學的很多領域的，也講解了少量的幾何定理。

中國數學

中國數學發展有三個時期:

- 啟蒙期—(漢以前)
- 發展期—(魏晉到隋唐)
- 黃金期—(十二、三世紀的宋元數學)

由於中國數學的項目實在過於繁多，因此以下三個時期介紹會以介紹該期重要的文獻帶過

中國數學啟蒙期—(漢以前)

1《周髀算經》:嚴格說來是一部天文著作，為討論天文曆法，而敘述一些有關的數學知識，其中重要的有勾股定理、比例測量與計算天體方位所不能避免的分數四則運算。

例如:認為一年有$365\frac{1}{4}$日且平均有$12\frac{7}{19}$個月

2《九章算術》:收錄246個題目

代數:正負數的四則運算-方程；分數四則-方田；比例:粟米、衰分、均輸；一次不定方程-盈不足；平方立方-少廣。

未知數原理:聯立一次方程(方程中的方程術)；一元二次解法(勾股中的帶從開方法，將有一次項的二次方程化為少廣中的開平方法解之)

中國數學發展期—(魏晉到隋唐)

1《勾股方圓圖注》魏晉趙爽作，利用勾股定理，完成一般一元二次方程(首項係數可以為負，即呈- x^2 +Ax=B，A與B>0)的公式解。

2 《割圓術》劉徽作，繼《九章算術》中取圓周率為3，計算正192邊形的面積，求得3.141的三位小數近似值。

以拼湊法證得方臺體積為$\frac{h}{3}(a^2+ab+b^2)$其中a,b分別為上底、下底

3《綴術》祖沖之作，文中:「祖沖之更開密法，以圓徑一億為一丈， 圓周盈數三丈一尺四寸一分五厘九毫二秒七忽， 朒ㄋㄩˋ數三丈一尺四寸一分五厘九毫二秒六忽，正數在盈朒二限之間」，這就是說:$3.1415926<\pi<3.1415927$ 。意即祖沖之得到了 π 的近似值，甚至近一步求得球體體積為$\frac{4}{3}\pi r^3$

中國數學黃金期—(十二、三世紀的宋元數學)

1 沈括，討論「隙積術」， 開創了高階等差級數的研究。又有楚衍的學生賈憲，作「增乘開方法」引進隨乘隨加的方法，開平方開立方法為一般高次方程的數值解法鋪路。

2 李冶與朱世傑所發明的「天元術」、「四元術」正是代數方法的關鍵。天元術就是代數上的未知數原理的充分體現。「天元」也就是「未知數」。李冶《測圓海鏡》(1248)有一個題目:「（假定圓城一所，不知圓徑），丙出南門直行一百三十五步而立，甲出東門直行一十六步，見之，（問徑幾何？）」

$$-x^4+8640x^2+652320x+4665600=0$$

利用當時已經熟知的高次方程數值解法求得一百二十步（即半城徑）。

印度數學

1.西元前六世紀:

Sulvasutra（用繩法則），敘述了如何利用繩索，使祭壇的造型能符合宗教上的一些幾何的要求，已經熟知了勾股定理。

將$\sqrt{2}$表成$\sqrt{2}=1+\frac{1}{3}+\frac{1}{3\times4}-\frac{1}{3\times4\times34}\doteqdot 0.4142156$

2.西元前326年，亞歷山大大帝征服了印度的西北部，使得希臘的天文學與三角學傳到了印度。

3.阿育王時代（西元前272～232年）阿育王每到一重要城市總要立下石柱，其上皆能找到印度阿拉伯數字的原形。

印度數學數字演變

印度的梵文早期用的是婆羅門文字，因此數字也是婆羅門。

在九世紀阿拉伯人 Alkwarizmi 正式引介到阿拉伯之前，這些數字

上的刻文為代表。

gari 數字，Devanagari

是用其衍生的字母的。

支，西阿拉伯所用的

數字觀念

在西元前五百年之前，有關印度的文獻是不足的。因此我們只能從後來的文獻推測早期印度人的數字觀念。

對抽象的數目有所偏好，他們認為要尊崇神祇聖人，最好賦予一些數目。關於佛祖，有如下的說法：「佛祖有32種主要象徵及80種次要象徵來代表他；他的母親32種，他要出生的房子8種。他的母親 Maya-Devi 王后有一百萬名侍女。成千上萬的聖者智者會來朝佛。他的王座是花了成億個 Kalpas 世代（一世代為43億2千萬年）的精工細琢的成品。在孕成佛祖那晚綻開了的蓮花，其花瓣伸展到6千8百萬哩之外。」

佛祖行誼的《Lalitavistara》中提及佛祖青年時，為了求婚而展現的數數才能。他不但能數到10的421次方，而且也能數出三百萬個世界中的原子總數[2]。不論這些故事的真實性，我們可確定它們的作者對數目都有豐富的想像力，而且對十進位以及數數目可以無窮延伸的原理，都有了相當的了解。

阿拉伯數學

八世紀起，大約有一個半世紀是阿拉伯數學的翻譯時期，巴格達成為學術中心，建有科學宮、觀象臺、圖書館和一個學院。來自各地的學者把希臘、印度和波斯的古典著作大量地譯為阿拉伯文。在翻譯過程中，許多文獻被重新校訂、考證和增補，大量的古代數學遺產獲得了新生。阿拉伯文明和文化在接受外來文化的基礎上，迅速發展起來。

阿拉伯數學家

花拉子米﹝Al-khowarizmi﹞

阿拉伯初期數學家，編寫了第一本用阿拉伯語在伊斯蘭世界介紹印度數字和記數法的著作。公元十二世紀後，印度數字、十進位值制記數法開始傳入歐洲，又經過幾百年的改革，這種數字成為我們今天使用的印度─阿拉伯數碼。名著《ilm al-jabr wa'l mugabalah》《代數學》系統地討論了一元二次方程的解法，該種方程的求根公式便是在此書中第一次出現。現代"algebra"﹝代數學﹞一詞亦源於書名中出現的"al jabr"。

阿爾·卡西〔Al-kashi〕

在他的《圓周論》中，敘述了圓周率π的計算方法，並得到精確到小數點後16位的圓周率，從而打破祖沖之保持了一千年的記錄。此外，阿爾·卡西在小數方面做過重要工作，亦是我們所知道的以「帕斯卡三角形」形式處理二項式定理的第一位阿拉伯學者。

同時期成就

為阿拉伯數字加入了小數點，發現了除當時已被知曉正弦函數之外的全部現代三角函數；肯迪將密碼分析和頻率分析引入數學；海什木對解析幾何的發展；奧瑪·開儼引領了代數幾何的開端；卡爾·卡拉迪發明的一類代數符號。

雖然在鄂圖曼帝國和十五世紀開始的薩非王朝期間，阿拉伯的數學發展陷入蕭條之中，但當時世界上大多數地方正處於科學上的貧瘠時期，其成績相對顯得較大，歐洲人主要就是通過他們的譯著才了解古希臘和印度以及中國數學的成就。

中世紀歐洲數學—十二世紀

十二世紀(大翻譯時期)

穆斯林保存下來的希臘科學和數學的經典著作，以及阿拉伯學者寫的著作開始被大量翻譯為拉丁文，並傳入西歐。當時主要的傳播地點是西班牙和西西里，花拉子米的《消去與還原》，被切斯特的羅伯特翻譯成拉丁文；歐幾里得《幾何原本》的完整文本，被巴斯的阿德拉德、克恩頓州的赫爾曼和克雷莫納的傑拉德翻譯成了多個版本。

中世紀歐洲數學家—十二世紀

意大利的斐波那契﹝Fibonacci﹞

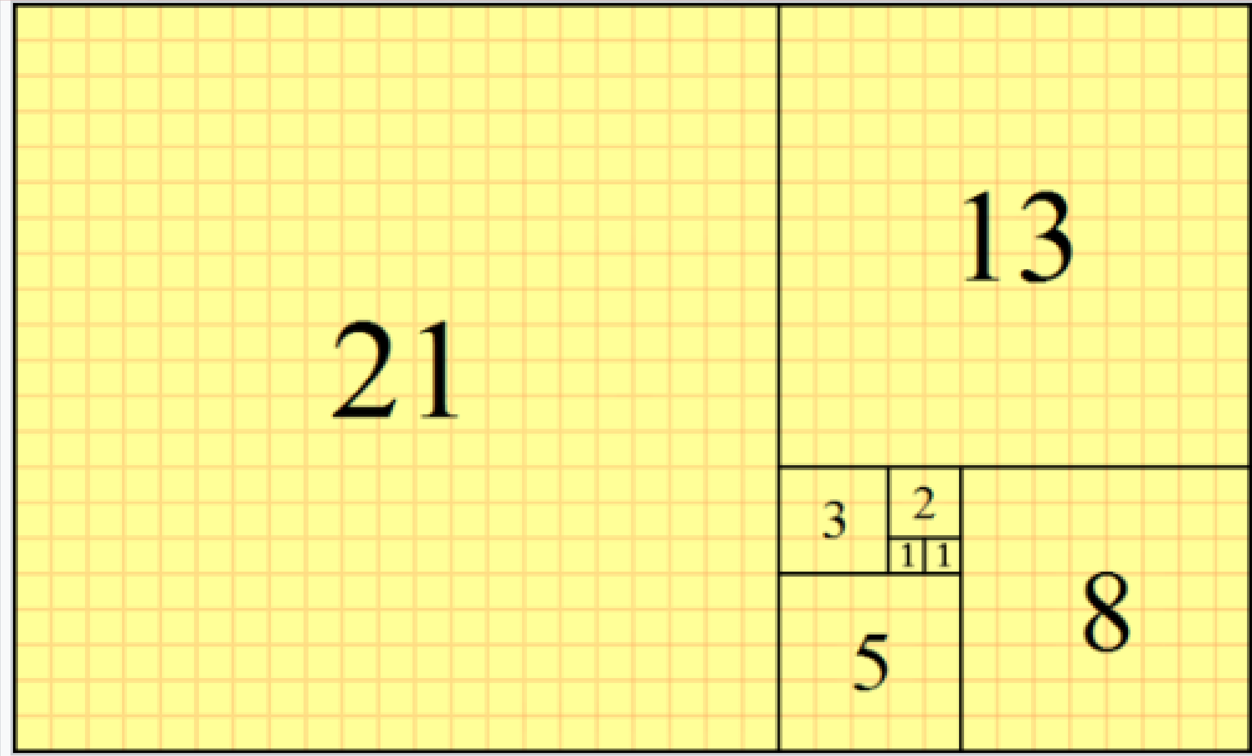
早年到各地旅遊，經比較後確認印度−阿拉伯數碼及其記數法在實用上最為優越，回到家鄉後寫成《算盤書》﹝Liber abaci,1202﹞。內容是算術和初等代數，雖說實質上是獨立的研究，但也表現出受花拉子米﹝Al-knowarizmi﹞和阿布·卡密耳﹝Abu Kamil﹞的代數學的影響。

這部書對印度−阿拉伯數碼的詳盡敘述和強列支持，是有助於將這些符號引進歐洲。斐波那契的另兩部著作《實用幾何》﹝Practica geometriae，1220﹞和《象限儀書》﹝Liber quadratorum，1225﹞是專門討論幾何、三角學和不定分析，同樣是有獨創性的著作。

中世紀歐

《算盤書》 ‹ Liber aba

斐波那契數列:斐波那契在
率的問題，並自行求解此問
也就是斐波那契數，不過斐
是由印度數學家在第6世紀
因此而得名。



斐波那契數的特點是每一個數都是前二個數的和。頭二項是0和1，此數列的前幾項如下：0,1,1,2,3,5,8,13,21,34,55,89,144,233,377,610,987 ...

隨著斐波那契數的增加，相鄰二項斐波那契數相除的商會接近黃金比例（近似值為1:1.618或0.618:1）。

中世紀歐洲數學家—十四世紀

法國的N·奧雷斯姆﹝Oresme﹞

在他的著作中，首次使用分數指數，還提出用坐標表示點的位置和溫度的變化，出現了變量和函數的概念。他的工作影響到文藝復興後包括笛卡爾在內的學者。

赫特斯柏立·威廉

以通過把一個物體全部的加速運動進行累計（今日即積分法），指出「一個均勻加速或均勻減速的物體在一段時間內所走過的（距離）與其均速在同一段時間所走過的（距離）相同」

尼克爾·奧里斯姆和喬瓦尼·迪·卡薩里

展示了一個物體在每一個連續的時間增量中會獲得一個與奇數數量成比例的增量。由於歐幾里德已經證明奇數數量的和是平方數，因此物體所獲得的總增量隨時間的平方增加。

文藝復興數學家—十四至十六世紀

意大利的達·芬奇﹙Leonardo da Vinci﹚、阿爾貝蒂﹙Leone Battista Alberti﹚、弗朗西斯卡﹙Piero della Francesca﹚、德國的丟勒﹙Albrecht Durer﹚

研究如何把三維的現實世界繪製在二維的畫布上。他們研究繪畫的數學理論，建立了早期的數學透視法思想，這些工作成為十八世紀射影幾何的起點。

商業、稅收測量等方面的實用算術書

印度─阿拉伯數碼的使用使算術運算日趨標準化。L·帕奇歐里﹙Pacioli﹚的《算術、幾何及比例性質之摘要》(1494)是一本內容全面的數學書；J·維德曼﹙Widman﹚的《商業速算法》(1489)中首次使用符號「+」和「-」表示加法和減法；A·里澤﹙Riese﹚於1522年出版的算術書多次再版，有廣泛的影響；斯蒂文﹙Simon Stevin﹚的《論十進》﹙1585﹚系統闡述了十進分數的理論。

文藝復興數學─十四至十六世紀

代數學

卡爾達諾在他的著作《大術》(Ars magna，1545)中發表了三次方程的求根公式，但這一公式的發現實應歸功於另一學者塔爾塔利亞(Tartaglia)。四次方程的解法由卡爾達諾的學生費拉里(Ferrari)發現，在《大術》中也有記載。稍後，邦貝利(Bombelli)在他的著作中闡述了三次方程不可約的情形，並使用了虛數，還改進了當時流行的代數符號。

符號代數學

16世紀最著名的法國數學家韋達(Viete)完成的。他在前人工作的基礎上，於1591年出版了名著《分析方法入門》(In artem analyticam isagoge)，對代數學加以系統的整理，並第一次自覺地使用字母來表示未知數和已知數，使代數學的形式更抽象，應用更廣泛。韋達在他的另一部著作《論方程的識別與訂正》(De aequationum recognitione et emendatione, 1615)中，改進了三、四次方程的解法，還對n ＝ 2、3的情形，建立了方程根與係數之間的關係，現代稱之為韋達定理。

文藝復興數學—十四至十六世紀

文藝復興期間，藝術家真實地表現自然世界的需求，與對希臘哲學的重新發現，引領著藝術家研究數學。藝術家們同時還是當時的工程師和建築師，因此自然無論如何都要用到數學。繪畫透視法的研究和相關的幾何學發展是緊密相連的。

可見，到了16世紀，算術、初等代數、以及三角學等初等數學已大體完備，為下兩個世紀數學的大發展作了準備。

科學革命期間的數學—十七世紀

微積分

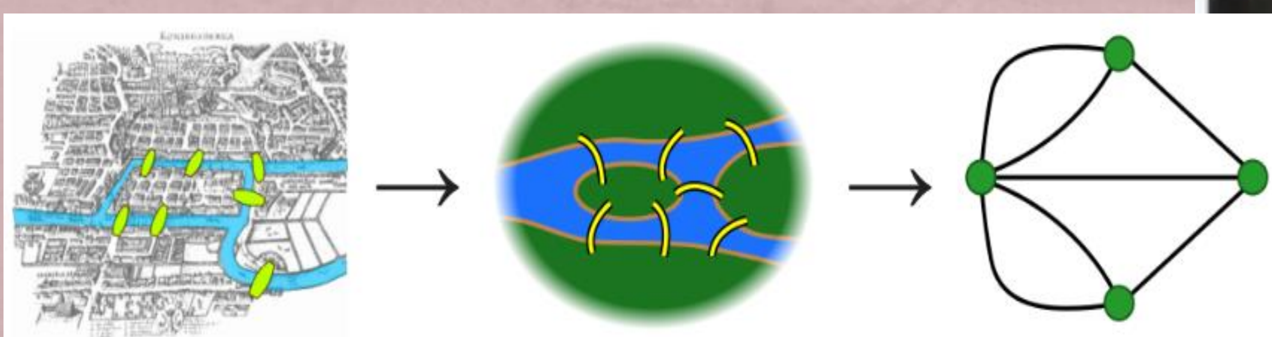
伽利略製造了一部望遠鏡，用它觀測到了環繞木星軌道運動的衛星。第谷·布拉赫則收集了天空中行星位置的巨量觀測數據，由於對數已被發明出來，使克卜勒的計算工作變得簡單。克卜勒成功的建立了行星運動的數學法則。

同時，勒內·笛卡兒發展出了解析幾何，因此行星的軌道就可以依照笛卡兒坐標系畫出圖像。

在眾多前人工作的基礎之上，艾薩克·牛頓發現的物理定律解釋了克卜勒定律，牛頓匯集的許多數學概念就是今天的微積分。戈特弗里德·萊布尼茨，可以說是17世紀最重要的數學家，也獨立地的發展出了微積分，他發明的很多微積分符號至今仍在使用著。科學和數學研究變成了一項國際活動，隨後將很快遍及全球。

科學革命期間的數學—十八世紀

18世紀最具有影響力的數學家無疑是萊昂哈德·歐拉。他的貢獻範圍特別廣泛，從因七橋問題創立圖論，到標準化大量數學術語和符號都包括在內。將負1 的平方
用希臘字母 pi 來表述圓周率。他對拓
組合數學和複分析都做出了貢獻，以此
和記號都是以他的名字命名的。



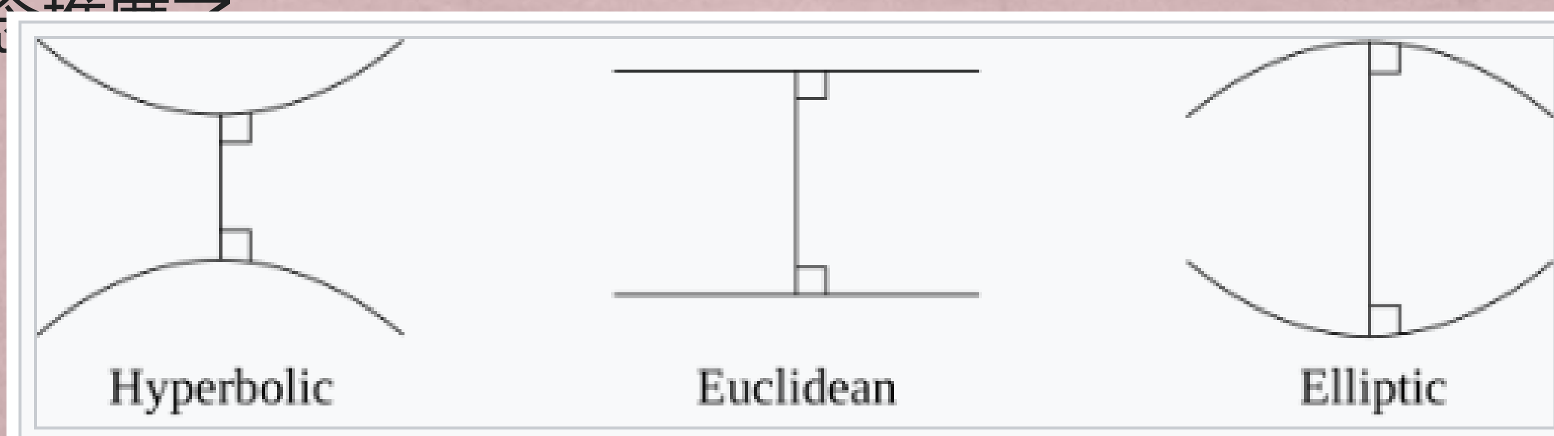
現代數學—十九世紀

卡爾·弗里德里希·高斯

在複變函數、幾何學和收斂級數上做出了革命性的工作。它也是給出代數基本定理和二次互反律令人滿意的證明的第一人。

德國數學家波恩哈德·黎曼

研究橢圓幾何中，黎曼將這三種幾何學加以一般化並統一，發展出了黎曼幾何。黎曼定義了「流形」的概念，從而將曲線和平面的概念推廣了



三種幾何學中的平行線

現代數學—十九世紀

大量的國家數學協會被建立起來

如1865年倫敦數學協會

1872年法國數學協會

1884年義大利數學協會

1883年蘇格蘭數學協會

以及1888年的美國數學協會。

而首個國際性的特別興趣協會—四元數協會—在當時矢量等概念還存在爭議的歷史背景下，成立於1899年。

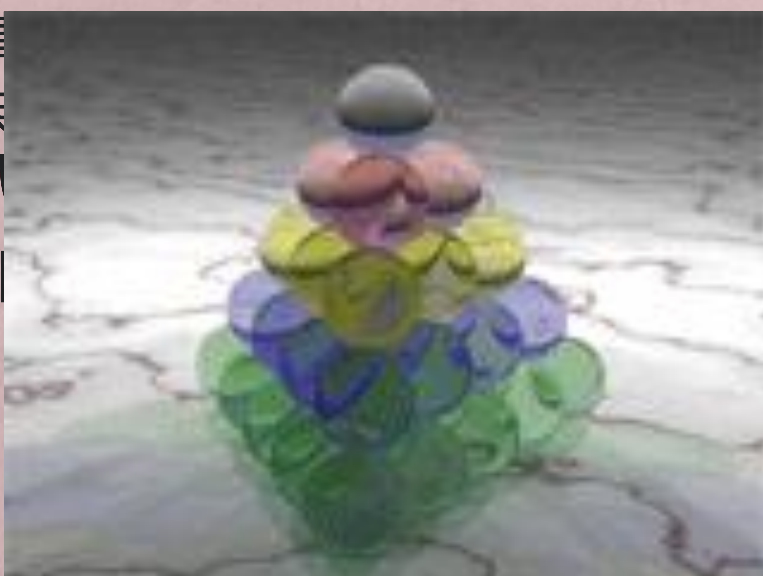
現代數學—二十世紀

1976年，沃夫岡·哈肯和凱尼斯·阿佩爾使用計算機證明了四色定理。

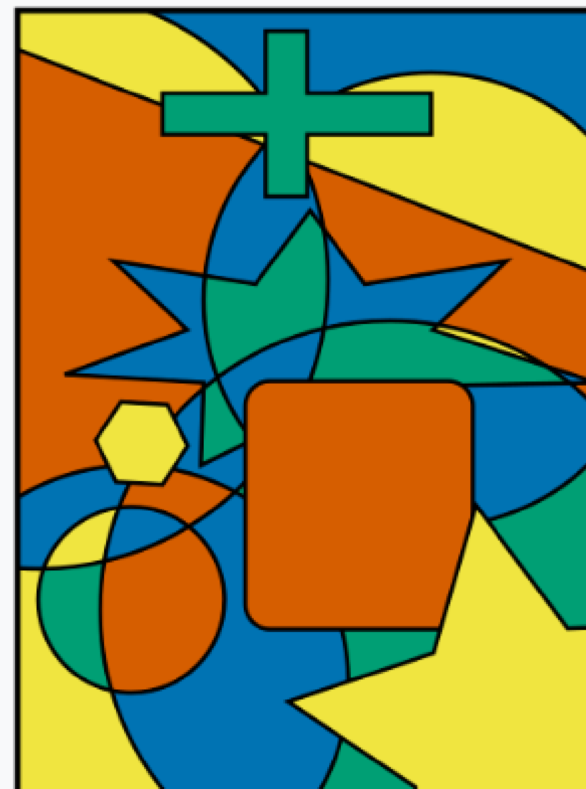
四色定理:如果在平面上劃出一些鄰接的有限區域，那麼可以用四種顏色來給這些區域染色，使得每兩個鄰接區域染的顏色都不一樣

在1998年，托馬斯·黑爾斯證明了克卜勒猜想。

此猜 … 中最佳的裝球 …
的裝 … 每個球大小相同 …
方式 … 方最密堆積的 …
，即 …



面心立方堆砌法



四色地圖的一個例子

現代數學家—二十世紀

愛因斯坦

在廣義相對論中使用微分幾何之後，微分幾何也得到了一席之地；數學邏輯學、拓撲學，和馮·諾伊曼的博弈論等新的數學領域，則改變了通過數學方法可以回答的問題類型

亞歷山大·格羅滕迪克和讓-皮埃爾·塞爾則將用層論重新鑄造了代數幾何；而龐加萊自1890年開始的動態系統理論的定性研究終於也有了很大進展。

洛朗·施瓦茨和分布論、不動點理論、奇異點理論；勒內·托姆的突變論、模型論，以及本華·曼德博的碎形；李論以及李群和李代數成為了一個主要研究領域。

數學未來

就像大部分研究領域一樣，科學時代的資訊爆炸導致了數學的專門化，在20世紀結束時，有超過上百種數學的專門領域，而數學學科分類標準則長達幾十頁。

數學的許多發展趨勢是可以觀察到的，最明顯的趨勢就是這門學科變得越來越龐大，計算機變得越來越重要和強大，而數學在生物資訊學上的應用領域日發擴大，而通過計算機分析的工業界和科學界數據則爆炸性增長。

分工

簡報:黃擎天1~25、蔡孟勳25~

書面報告:陳怡傑

報告:陳仕銘、李柏勳

報告結束

參考資料

中國數學史簡說:
https://episte.math.ntu.edu.tw/articles/mm/mm_03_3_06/index.html

印度的數學:
https://episte.math.ntu.edu.tw/articles/sm/sm_18_01_1/index.html

維基百科:
https://zh.wikipedia.org/zh-tw/%E6%95%B0%E5%AD%A6%E5%8F%B2

阿拉伯數學:
http://www2.mcsh.kh.edu.tw/teaches/math/%E9%98%BF%E6%8B%89%E4%BC%AF%E6%95%B8%E5%AD%B8%EF%B9%9DArabic%20mathematics%EF%B9%9E.htm

文藝復興
http://www2.mcsh.kh.edu.tw/teaches/math/%E6%96%87%E8%97%9D%E5%BE%A9%E8%88%88%E6%99%82%E6%9C%9F%E7%9A%84%E6%95%B8%E5%AD%B8%EF%B9%9DMathematics%20in%20the%20Renaissance%EF%B9%9E.htm