2018
臺灣國際科展
數學科

第7組　黃柏崴 王琬儀 李彥槿 譚浚邦 楊書婷

MATHEMATICS

INDEX

目錄大綱

一等獎

永恆的旋轉木馬

研究動機

練習競賽題中，在解題過程中感受到興趣，便思考擴展變化。

題目：「橢圓的兩垂直焦點弦被焦點所分成的四段線段長的倒數平方和為定值。」

思考從4條線擴展到n條，甚至到倒數m次方和。
此外還利用極座標認識更多曲線，也利用GeoGebra畫出3D模擬圖

研究目的

一、固定圓錐曲線方程式的情況下，以焦點為旋轉中心，則n條相鄰等角焦半徑經任意旋轉時的倒數m次方和為定值，其中$n>m, \forall n,m \in \mathbb{N}$。

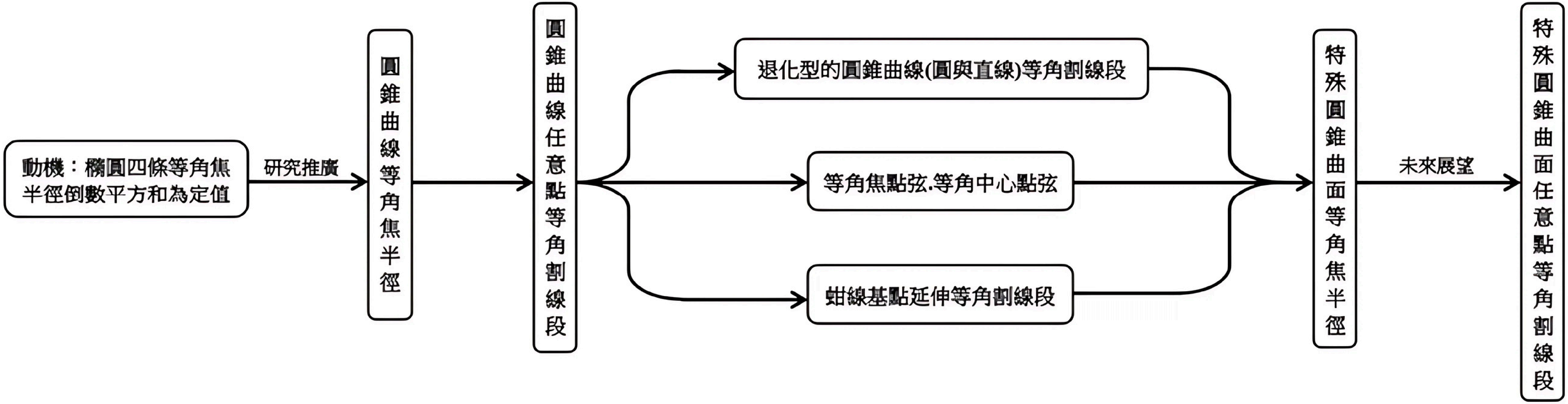
二、固定圓錐曲線方程式的情況下，以其內任意一點為旋轉中心，則過此點的n條相鄰等角割線段經任意旋轉時的倒數m次方和為定值，其中$n>m$, n,m為偶數。

三、在空間中，固定特殊橢圓、拋物、雙曲曲面方程式的情況下，以焦點為旋轉中心，則此焦點向正 N 面體的各頂點做射線交曲面的各線段之倒數m次方和為定值。

四、在空間中，任意正多面體之頂點到任意點、線、面之距離m次方和為定值。

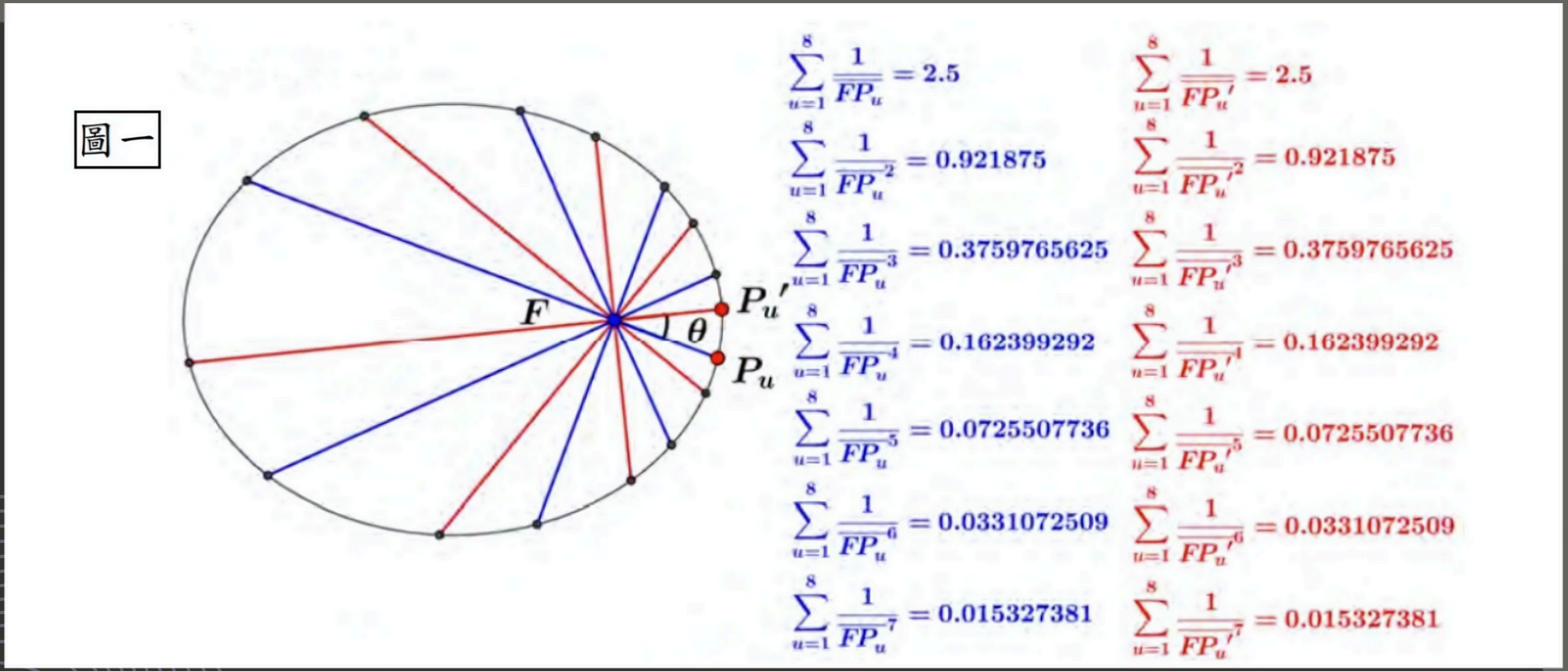
研究方法

一等獎-永恆的旋轉木馬



研究過程

一、 固定橢圓方程式，以焦點為旋轉中心，任意旋轉n條相鄰等角焦半徑，其 m次方和為定值



研究過程

透過這個觀察，我們猜測：在橢圓方程式固定的前提下，以焦點作為旋轉中心，則 n條相鄰等角焦半徑任意旋轉時的倒數m次方和會是一個定值，其中 $n > m$, 所有的 n , m 都是 自然數 。

以下為方便討論，令l 為圓錐曲線之半正焦弦長，e 為離心率，且線段 FP_u 為相鄰等角、依逆時針排 列的焦半徑，其中$u = 1, 2, \ldots\ldots, n$。

研究過程

Lemma1:橢圓 $\Gamma:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ 的焦半徑 $\overline{FP_u}=\dfrac{l}{e\cos\left(\phi+\frac{2(u-1)\pi}{n}\right)+1}$ ， $a>b>0,\ \forall n\in\mathbb{N}$

Lemma2: $\sum_{u=1}^{n}\cos\left[k\left(\phi+\frac{2u\pi}{n}\right)\right]=0,\ n>|k|,\ \forall n\geq 3,k\in\mathbb{Z}-\{0\}$

Lemma3: $\cos^n\theta=\frac{1}{2^{n-1}}\left[C^n_{\left[\frac{n}{2}\right]}\cdot\frac{(-1)^n+1}{4}+\sum_{j=0}^{\left[\frac{n-1}{2}\right]}C^n_j\cdot\cos(n-2j)\theta\right],\ \forall n\in\mathbb{N}$

研究過程

Theorem1: 以 F 為其一焦點的圓錐曲線，其任意 n 條相鄰等角的焦半徑的倒數 m 次方和為定值，即 $\sum_{u=1}^{n}\frac{1}{\overline{FP_u}^{m}}=\frac{n}{l^m}\cdot\sum_{j=0}^{\left[\frac{m}{2}\right]}C_{2j}^{m}\cdot C_{j}^{2j}\cdot\left(\frac{e}{2}\right)^{2j}$ 為定值，其中 $n>m,\forall n,m\in\mathbb{N}$

根據lemma1, lemma2 , lemma 3 , theorem1 可得:

在橢圓方程式固定的前提下，以焦點作為旋轉中心，則 n條相鄰等角焦半徑任意旋轉時的倒數m次方和會是一個定值，其中 n > m , 所有的 n , m 都是 自然數 。

一等獎-永恆的旋轉木馬

研究過程

特例情況的設定

(1) 當拋物線焦半徑 FPu 平行拋物線的對稱軸，即 FPu 與拋物線無交點時，我們定義 線段 FPu 的倒數 為 零。

(2) 當雙曲線焦半徑 FPu 無法與較近一支雙曲線有交點時，則定義線段 FP'u 為此時的焦半徑， P'u 為向量 PFu 與較遠一支雙曲線的交點，如圖二。

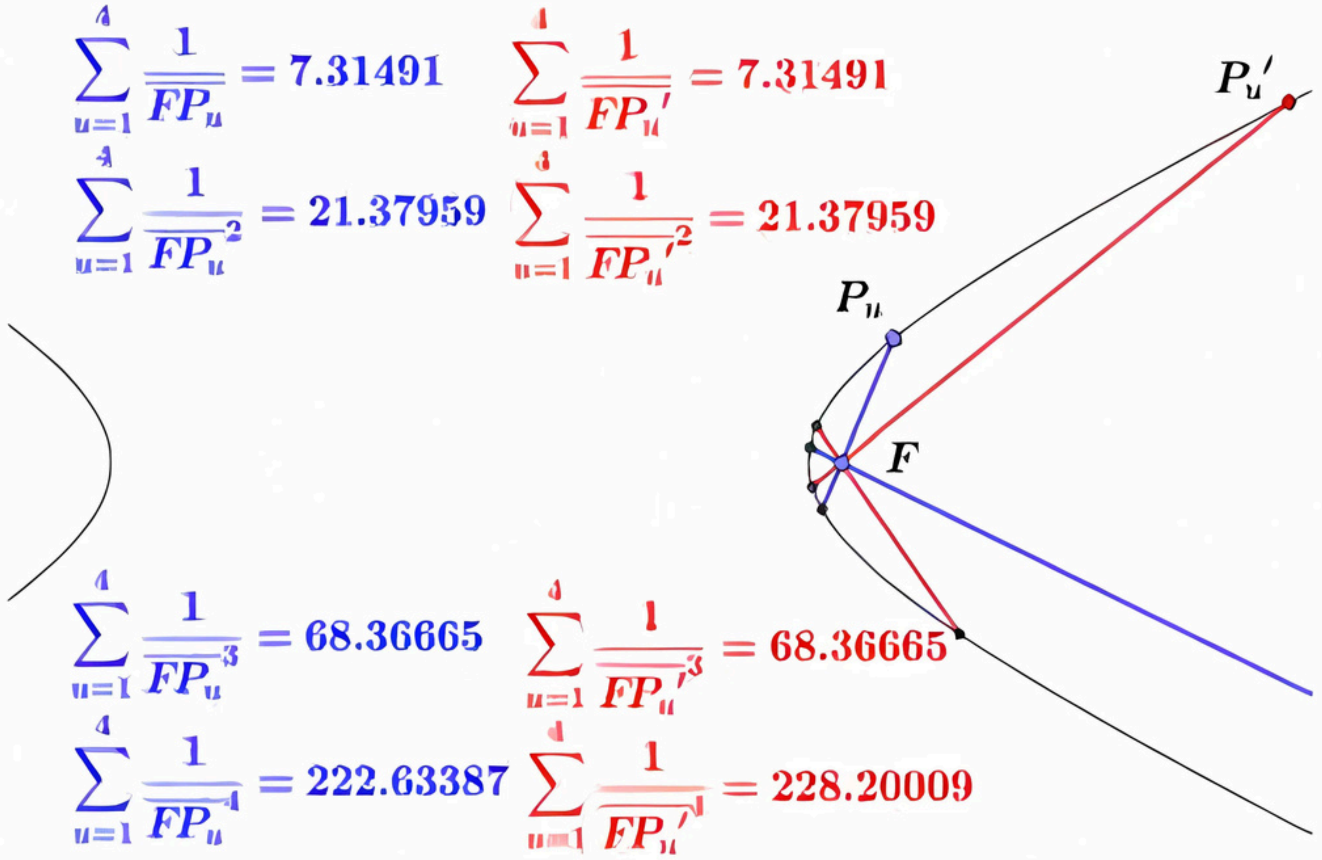
研究過程

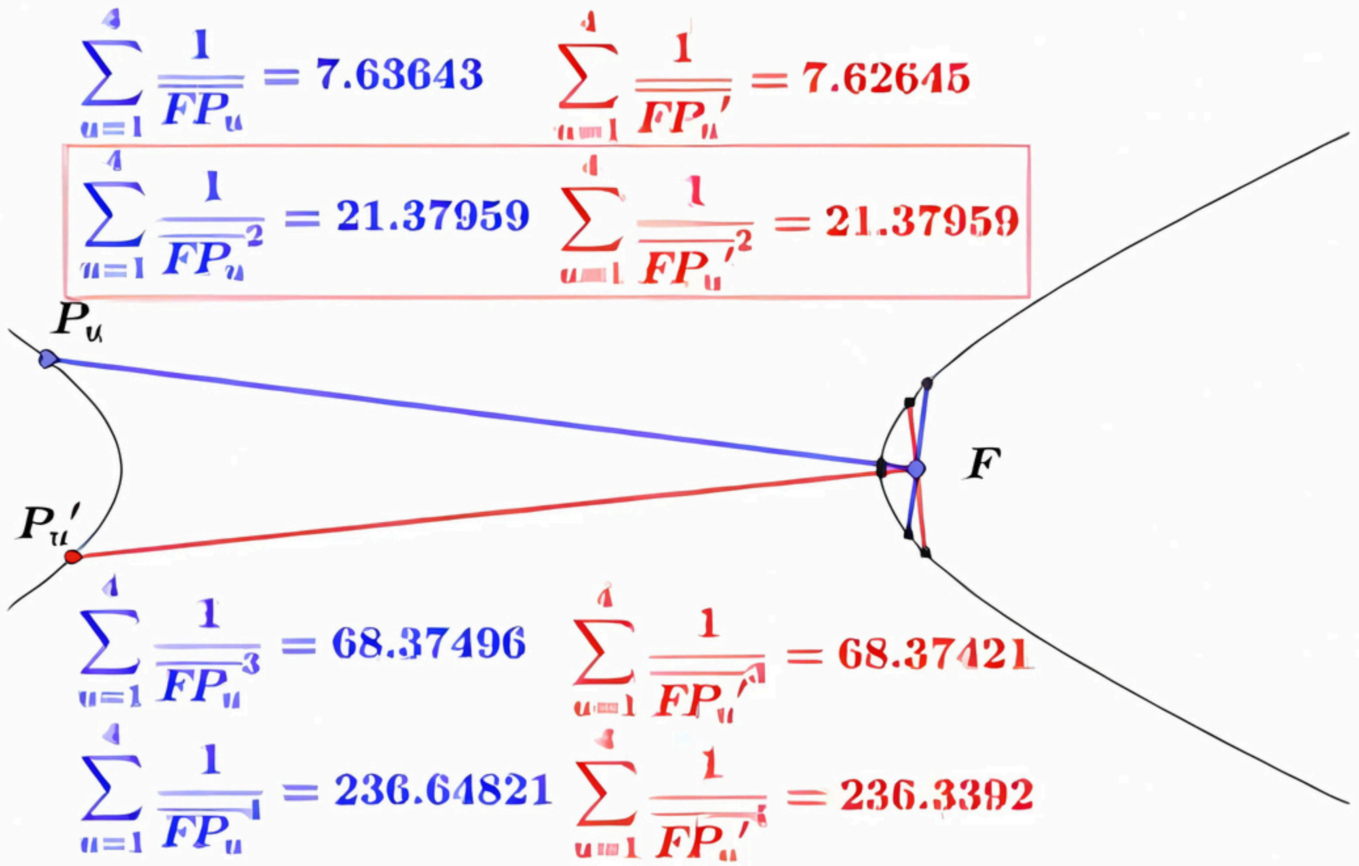
特例情況的設定

＊ 雙曲線之特例

由於雙曲線之離心率 $e>1$，以極座標 $r=\dfrac{ep}{1-e\cos\theta}$ 來表示可能遇到 $r<0$ 的情況，取其長度值得 $|r|=\dfrac{ep}{e\cos\theta-1}$。

圖二





研究過程

Corollary1: 若存在 k 條焦半徑與其餘 $n-k$ 條不在同側，其倒數 m 次方和仍為定值，其中

$1 \le k < n, \forall n,k \in \mathbb{N},\ m$ 為偶數。

Lemma4: $$\sum_{u=1}^{n}\left[w\cos\left(\theta+\frac{2u\pi}{n}\right)+1\right]^{m}=n\cdot\sum_{j=0}^{\left[\frac{m}{2}\right]}C_{2j}^{m}\cdot C_{j}^{2j}\cdot\left(\frac{w}{2}\right)^{2j},\ n>m,\forall n,m\in\mathbb{N},w\in\mathbb{R}$$

除了前者四條定理 再加上 corollary 1 , lemma 4可得:

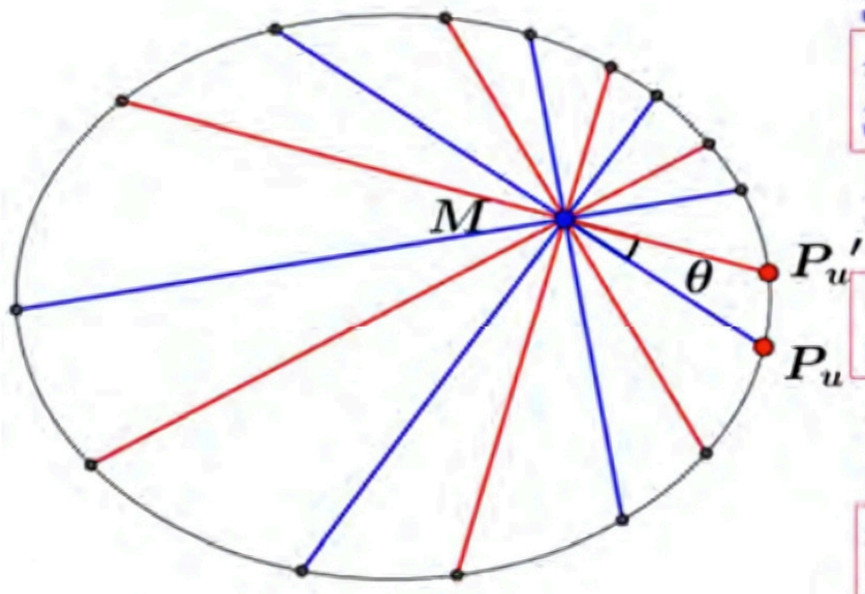
固定圓錐曲線方程式的情況下，以焦點為旋轉中心，則n條相鄰等角焦半徑經任意旋轉時的倒數m次方和為定值，其中n>m,∀n,m∈ℕ。

研究過程

二、固定圓錐曲線方程式，以曲線內「任意點M」為旋轉中心，任意旋轉n 條相鄰等角割線段，其m次方和為定值

若將其旋轉中心從焦點移到圓錐曲線內的任意一點，這些等角割線段 在任意旋轉的情況下是否也有不變量的性質。

圖三　橢圓偶數條割線段（以八條為例）



$$\sum_{u=1}^{8}\frac{1}{\overline{FP_u}} = 2.3220542475 \qquad \sum_{u=1}^{8}\frac{1}{\overline{FP_u'}} = 2.3220383982$$

$$\boxed{\sum_{u=1}^{8}\frac{1}{\overline{FP_u}^2} = 0.7811653904 \qquad \sum_{u=1}^{8}\frac{1}{\overline{FP_u'}^2} = 0.7811653904}$$

$$\sum_{u=1}^{8}\frac{1}{\overline{FP_u}^3} = 0.2913184887 \qquad \sum_{u=1}^{8}\frac{1}{\overline{FP_u'}^3} = 0.2913109893$$

$$\boxed{\sum_{u=1}^{8}\frac{1}{\overline{FP_u}^4} = 0.1159904783 \qquad \sum_{u=1}^{8}\frac{1}{\overline{FP_u'}^4} = 0.1159904783}$$

$$\sum_{u=1}^{8}\frac{1}{\overline{FP_u}^5} = 0.0481097151 \qquad \sum_{u=1}^{8}\frac{1}{\overline{FP_u'}^5} = 0.0481140654$$

$$\boxed{\sum_{u=1}^{8}\frac{1}{\overline{FP_u}^6} = 0.0204891052 \qquad \sum_{u=1}^{8}\frac{1}{\overline{FP_u'}^6} = 0.0204891052}$$

$$\sum_{u=1}^{8}\frac{1}{\overline{FP_u}^7} = 0.008885416 \qquad \sum_{u=1}^{8}\frac{1}{\overline{FP_u'}^7} = 0.0088790341$$

研究過程

發現 將割線段用兩兩m次方的配對相加後，再利用 Lemma 5 對稱式的表示才能證得結論，而 且，唯有透過此方法才得以寫出具體、簡潔的嚴格證明。

Lemma5 (A. Waterson [1]，Theorem):

$$x^m+y^m=\sum_{j=0}^{\left[\frac{m}{2}\right]}(-1)^j\cdot\frac{m}{m-j}\cdot C_j^{m-j}(x+y)^{m-2j}(xy)^j,\ \forall m\in\mathbb{N},\ x,y\in\mathbb{R}$$

還有很多!!!

再經過一系列的公式推導，發現固定圓錐曲線方程式的情況下，以其內任意一點為旋轉中心，則過此點的n條相鄰等角割線段經任意旋轉時的倒數m次方和為定值，其中n>m,n,m為偶數。

研究過程

證明完平面上的圓錐曲線有" 固定圓錐曲線方程式的情況下，以其內任意一點為旋轉中心，則過此點的n條相鄰等角割線段經任意旋轉時的倒數m次方和為定值，其中n>m,n,m為偶數 "。

再從平面進化的三維空間裡，發現 在三維空間中，圓錐曲線也有類似的特性: 在空間中，固定特殊橢圓、拋物、雙曲曲面方程式的情況下，以焦點為旋轉中心，則此焦點向正 N 面體的各頂點做射線交曲面的各線段之倒數m次方和為定值。

研究成果

一等獎-永恆的旋轉木馬

從研究動機的題目延伸探討並證明其正確:

平面上的圓錐曲線有固定圓錐曲線方程式的情況下，以其內任意一點為旋轉中心，則過此點的n條相鄰等角割線段經任意旋轉時的倒數m次方和為定值，其中n>m,n,m為偶數 。

再從平面進階到三維空間裡的圓錐曲線，發現三維空間的圓錐曲線也有相似的性質，再延伸到正N面體去探討其相關的性質。

研究成果

Lemma3	$\cos^n\theta=\dfrac{C^n_{\left[\frac{n}{2}\right]}\cdot\dfrac{(-1)^n+1}{4}+\sum_{j=0}^{\left[\frac{n-1}{2}\right]}C^n_j\cdot\cos(n-2j)\theta}{2^{n-1}},\forall n\in\mathbb{N}$
Lemma4	$\sum_{u=1}^{n}\left[w\cos\left(\theta+\frac{2u\pi}{n}\right)+1\right]^m=n\cdot\sum_{j=0}^{\left[\frac{m}{2}\right]}C^m_{2j}\cdot C^{2j}_j\cdot w^{2j}$, $n>m,\forall n,m\in\mathbb{N},w\in\mathbb{R}$
Lemma5[1]	$x^m+y^m=\sum_{j=0}^{\left[\frac{m}{2}\right]}(-1)^j\cdot\frac{m}{m-j}\cdot C^{m-j}_j(x+y)^{m-2j}(xy)^j,\forall m\in\mathbb{N},\ x,y\in\mathbb{R}$
Lemma6	$\sum_{u=1}^{k}\cos^i 2\left(\theta+\frac{2u\pi}{n}\right)\cos^j 2\left(\theta'+\frac{2u\pi}{n}\right)=\begin{cases}0\ ,\ i、j\ is\ odd\\ k\cdot\dfrac{C^i_{\frac{i}{2}}C^j_{\frac{j}{2}}}{2^{i+j}},\ i,j\ is\ even\end{cases}$ $,n>i+j,\ n=2k,\forall k\in\mathbb{N}$
Theorem1	圓錐曲線相鄰等角的n條**焦半徑**的倒數m次和為定值， $\sum_{u=1}^{n}\frac{1}{\overline{FP_u}^m}=\frac{n}{(ep)^m}\cdot\sum_{j=0}^{\left[\frac{m}{2}\right]}C^m_{2j}\cdot C^{2j}_j\cdot\left(\frac{e}{2}\right)^{2j}$ ，其中$m<n,\forall m,n\in\mathbb{N}$
Theorem2	過圓錐曲線**任意點**延伸相鄰等角的n條割線段之倒數m次方和為定值， 其中$m<n,\forall n,m$為偶數。
Theorem3	圓內**任意點**延伸相鄰等角的n條割線段的m次方和為定值，其中$\lvert m\rvert<n,\forall n$為偶數，$m$正負偶數。
Theorem4	蚶線**基點**所延伸相鄰等角的n條割線段之m次方和為定值，$m<n,\forall m,n\in\mathbb{N}$。

Theorem 5~9	空間中，以特殊**圓錐曲面**Ω之焦點F向五個正多面體各頂點做射線交Ω於P_u，各線段之倒數m次方和為定值，即$\sum_{u=1}^{n}\frac{1}{\overline{FP_u}^m}$為定值。
Theorem10	圓錐曲線中任意n條**焦弦**的倒數m方和是定值，其中$m<n,\forall m,n\in\mathbb{N}$。
Theorem11	圓錐曲線中任意n條**中心弦**的倒數m方和是定值，其中$m<2n,\forall n\in\mathbb{N},m$為偶數。
Theorem12	過**圓上一點**相鄰等角n條割線段的m次方和為定值，其中$m<2n,\forall n\in\mathbb{N},m$為偶數
Theorem13	平面中一點所延伸相鄰等角的射線交**任意直線**的n條割線段倒數m次方和為定值，其中$m<2n,\forall n\in\mathbb{N},m$為偶數。
Corollary1	雙曲線中，若存在k條焦半徑與其餘$n-k$條不在同側，其倒數m次方和仍為定值，即$\sum_{u=1}^{n}\frac{1}{\overline{FP_u}^m}$為定值，其中$1\le k<n,\ \forall n,k\in\mathbb{N},m$為偶數。
Corollary2	過圓錐曲線**焦點**切n刀，使相鄰割線角度均相同，以逆時針依序取一段割線，則兩人取到的線段長k次方和相同，其中$1-n\le 2k\le 0$。
Corollary3	過圓錐曲線**任意點**P切$n=2m(m\in\mathbb{N})$刀，每組相鄰割線夾角相同，則各組依序取一段，取出的線段長$2k$次方和相等，其中$1-m\le k\le 0$。

二等獎

積少成多

-以階差級數計算填數字方法數 並推導其生成函數

研究動機

在學習排列組合時，遇到指考數學題，其限制不利於排列組合計算，需要將樹狀圖畫出再將不符合條件的一一刪去。

題目：「將正方形 ABCD 的每一條邊各自標上 1、2、3 中的某一個數，使得任兩條相鄰的邊，都標有恰好差 1 的兩個數。滿足這種條件的標示法總共有多少種？」 A：8。

想知道當擴大邊數，或者數字範圍，兩條件放大後，任何情況之方法數為何。

研究目的

二等獎-積少成多

一、在 2m 邊形的每一邊上填入 1~n 中的一個正整數，且相鄰邊上的數必須相差 1。以 m、n 求出符合以上填數字規則的方法數。

二、持續擴展問題，將相鄰的兩邊差 1 改成差 2、3、……、q，求出上述個種情形的方法數。

三、求出方法數的生成函數。

四、推導、證明公式後，尋求公式與已知組合學成果之間的關係。

三等獎

費馬多邊形數定理延伸探討

研究動機

在書中看到了四平方和定理，嘗試證明無果後，轉而向網路求解。
在看完證明後，發現其定理是費馬多邊形定理的一個特例。

決心要持續將費馬多邊形定理繼續推廣下去，也就是說，所討論的數列通式不再是 $\frac{m-2}{2}n^2+\frac{4-m}{2}n$ ，而是an^2+bn+c，本文便是要探討在數列an^2+bn+c中至少選取多少個數方能保證它們的和可組成任意非負整數。

研究目的

本研究主要是針對於給定二次多項式$f(n) = an^2 + bn + c$，其中將n依序帶入所有非負整數可得一數列〈a_n〉，並規定$a_{-1} = 0$，則對於任何非負整數x，存在一個最小正整數γ使得：$x = \sum_{i=1}^{y} a_{a_i}$ (其中指標α_i為一般式型如$an^2 + bn + c$之數列〈a_n〉中的第α_i項)

（一） 建構一個數學模型，以利延伸推廣相關問題之探究。

（二） 運用所建構的數學模型，尋找出一些可應用的數學定理。

（三） 運用上述定理，找出γ與a, b, c的關係式。

三等獎

「乘」「乘」有序

乘二數列及乘五數列的探討

研究動機

在月刊上的專欄看到一個題目，在初步觀察後覺得有趣，著手研究數列。

題目：「有一數列從 1 開始乘以 2，特別的地方在於是個別數字乘以 2，非整個數字乘以 2。於是此數列首項為 1，第二項為 2，第三項為 4，第四項為 8， 第五項為 16，接下來因為1*2=2以及6*2=12，第六項為 212，第七項為 424……以此類推。試問乘以幾次，所得的答案會超過 1000 位數。」

在題目以外，發現除了乘以 2 的數列之外，乘以5的數列與乘以2一樣美觀，就想到2*5=10並好奇乘以 5 的數列與乘以 2 有甚麼關係呢？便著手於此兩個數列的性質。

研究目的

一、找出乘二數列的性質並釐清乘二數列位數的規律 。

二、找出乘五數列的性質並釐清乘五數列位數的規律 。

三、發掘乘二數列與乘五數列之間的性質。

三等獎

乾坤大挪移

研究動機

在討論網上看到一個圓桌問題，並且在下方有人用遞迴式解出答案。

題目：「有 12 位教授要在一 個圓桌上進行會議，其中每位教授和12個位子都有自己的編號(1～12 號)兩兩對應，其中第一個進來的 1 號教授因精神不濟， 坐到了圓桌上2號教授的位子，此後的教授們亂序一個一個進入，若發現自己的位子是空的， 就直接坐下；若自己的位子被占了，就順時針尋找空位，直到有空位才坐下。這剩下的十一位教授進來的次序數量很多，但最後能有多少種不同的坐法？」 A：1024

在解答後，開始針對問題的不同面向繼續延伸，期望發現更多有趣的現象。

研究目的

一、教授們最後的坐法，是否存在某種規律？是不是隨便寫出一種坐法，就會存在一組入 坐的次序與之對應？

二、能否給定一組教授進入的次序，立刻找出其對應的坐法？

三、到底有幾種進入的次序，都會變成同樣一種坐法？

四、找出每位教授坐錯位置的機率、恰有k 人坐錯位置的機率，以及計算出坐錯位置人數 的期望值。

四等獎

表格塗色遊戲之分析

研究動機

在翻閱數奧書籍的時候，發現兩道題目值得推廣。

題目1：

（a）有一 4×7的方格表，每格被塗上黑或白色。試證明：無論如何塗色，必存在一組 「可以形成矩形的 4 個頂點」的 4 個方格是同色的。

（b）將方格表改成 4× 6 大小，試找出一種塗色方式，使方格表中任意大小矩形的 4 個頂點 之方格不為同一顏色。

題目2：

有一 12×12 的方格表，每一格被塗上 abc 三色之一，試證明：無論如何塗色，必存在一組 「可以形成矩形的 4 個頂點」的 4 個方格是同色的。」

研究動機

題目1：

（a）有一 4×7的方格表，每格被塗上黑或白色。試證明：無論如何塗色，必存在一組 「可以形成矩形的 4 個頂點」的 4 個方格是同色的。

（b）將方格表改成 4× 6 大小，試找出一種塗色方式，使方格表中任意大小矩形的 4 個頂點 之方格不為同一顏色。

題目2：

有一 12×12 的方格表，每一格被塗上 abc 三色之一，試證明：無論如何塗色，必存在一組 「可以形成矩形的 4 個頂點」的 4 個方格是同色的。」

我們發現兩種類似的題型雖然都可以使用鴿籠原理來解釋，但所用的方法不盡然相同。 如果將這兩道題目延伸，增加可填入的顏色數量、改變方格表的長寬，甚至將方格表改為三角格子表，又要以什麼觀點來討論這些情況？於是我們著手進行研究。

研究目的

一、探討顏色數量 k 為 2 或 3 時，哪些 n、m 值會使得[k,n× m]完美。

二、找出一條足以判別[k,n× m]是否完美的判別式。

三、對於完美的[k,n× m]，找出其塗色方法的規律，並嘗試找出構造的通則或條件。

四、將圖形推廣至三角格子表：探討在不同顏色數量 k 時，哪些 t 值會使得{k,t}完美。

四等獎

正多邊形三角剖分的探討

研究動機

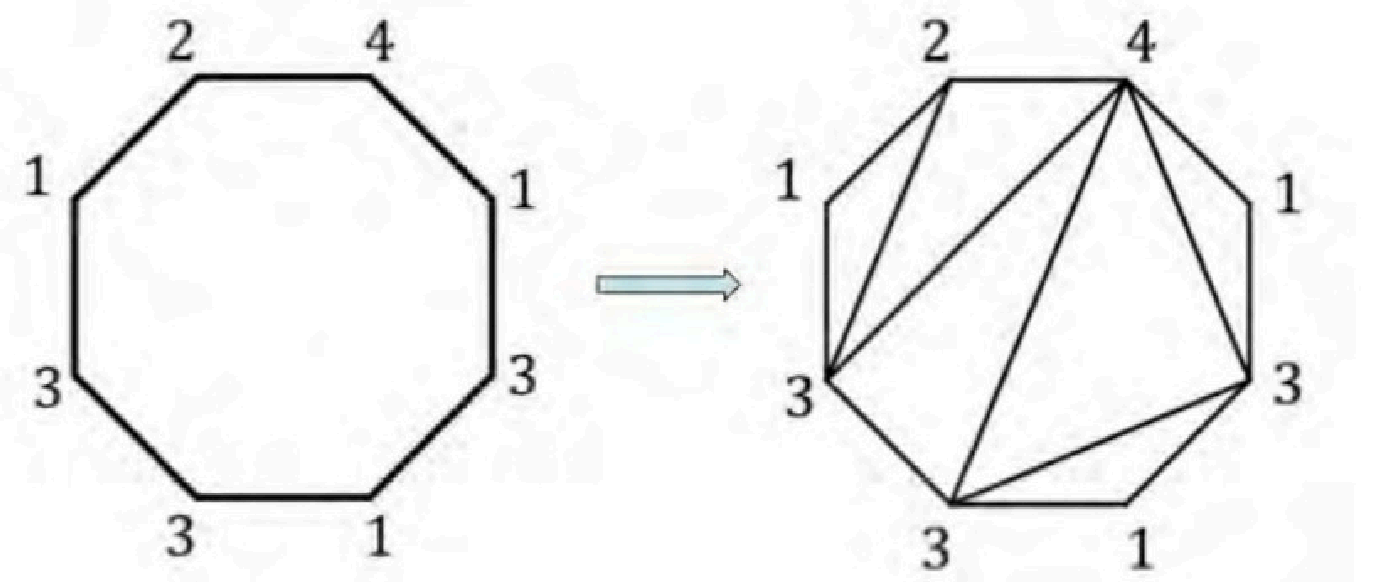
在看環球城市數學競賽2001年春季賽的題目時，被其中一題吸引了注意。

題目：「在一個正多邊形中，將點與點相連，使此正多邊形分割成多個三角形，且這些對角線彼此只在正多邊形的頂點有交點。而後在正多邊形的每一個頂點寫上以這一個點為頂點的三角形個數。再將這個正多邊形的所有對角線擦掉，是否能夠根據正多邊形上所有頂點上的數，將原有的對角線重新畫出？」

欲研究的議題是，在正n 邊形中，若將同構的三角剖分歸成同一類，則不同構的三角剖分究竟有多少類型？再進一步利用圖形的結構分類後，能否刻畫其精確的數量？

研究動機---補充

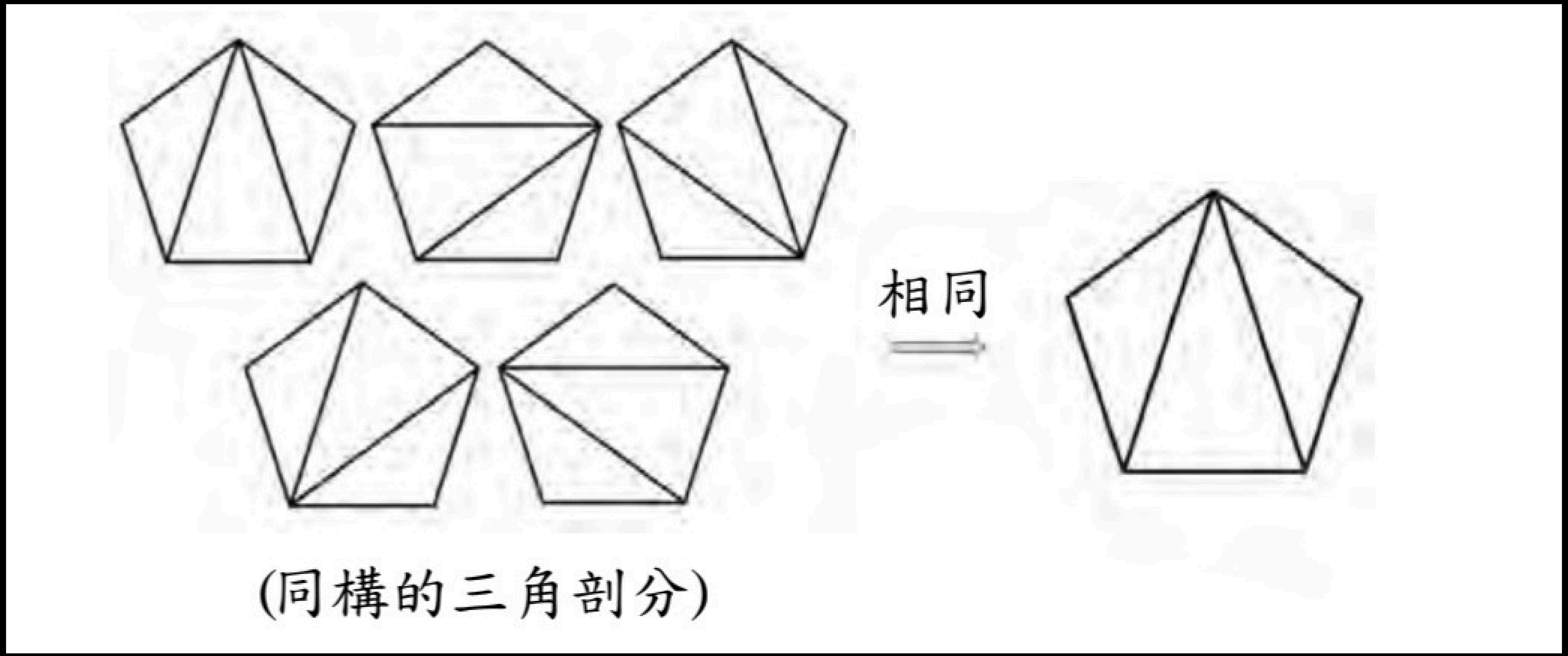
如下圖所示，有一正 8 邊形，每個頂點上皆有註記三角剖分後與該頂點相鄰的三角形之數量，則我們可以依據頂點上所註記的數字重新回造該三角剖分。此外，我們亦可以說明該三角剖分具有唯一性。



(相鄰三角形數量)　　(回造三角剖分對角線)

研究動機---補充

在正n 邊形中，考慮所有的三角剖分，若兩個三角剖分情形具有旋轉或翻轉的關係，則我們稱此兩個三角剖分為『同構（isomorphic）』。



研究目的

一、對於正n邊形，若給定每個頂點相鄰的三角形數量，則是否有存在且唯一的三角剖分？若存在三角剖分，能否設計一個演算法來造出該三角剖分圖形？

二、對於正n邊形，考慮不同構的三角剖分，根據不同的對稱分類，是否能找到『完全對稱』、 『星形對稱』、『點對稱』、『旋轉對稱』、『線對稱』以及『不對稱』的一般通式？並能 否依此建立不同構三角剖分數 D_n 的通式？進一步研究三角剖分圖與C_nH_{n+2}化學結構上的對應關係。

研究目的

三、對於正n邊形的三角剖分，加入頂點相鄰最多的三角形數量之限制，在『最多相鄰n-2個三角形』、『最多相鄰n-3個三角形』、『最多相鄰n-4個三角形』、『最多相鄰n-5個三角形』等條件下，是否能找到不同構三角剖分數的算式？此外，能否再以頂點相鄰最多的三角形數量變動下，建立其三角剖分數的遞迴關係？

研究目的

四、考慮一個三角剖分的內部三角形，若該三角形恰包含一條對角線，則稱該三角形為『外圍三角形』；若該三角形三邊皆為對角線，則稱該三角形為『內圍三角形』。進一步我們以外圍三 角形的數量進行分類，對於正n邊形，是否能找到恰兩個外圍三角形狀況下，不同構三角剖 分數的一般通式？
同時探討與化學領域中的 Losanitschs triangle 的關連性。對於三角剖分圖，研究其外圍三角形與內圍三角形數量的必然關係，進一步欲從圖論的觀點探討恰三個外圍三角形的不同構三角剖分數。

四等獎

郵不得你不撕

研究動機

本研究是利用圖論領域解決能源管線配置效率問題，而圖論在應用方面相當廣泛，包括實質物理空間，以及非實質的觀念世界。例如：交通路網、自來水、電力、電信...等管網管理、計畫管理評估、新鎮開發、都市系統結構、建物動線分析、建物結構。我們的問題情境-----台大電信機房的配線圖，此圖可轉換成點與線的圖論問題。這張電信配線圖存在著 path、tree、cycle、 $P_2 \times P_4$的子圖。我們用“能量”一詞來取代電信、瓦斯、未來新興能源等等。

研究目的

一、對於$P_2 \times P_n$，是否存在一種規律的標號方式，在一般性的長度 n之下皆為 IC－coloring？

二、 如果存在那麼$M(P_2 \times P_n)$的值是多少？（為了解決此問題，我們必須找出上、下界的值，而盡量提升下界，降低上界的手法來找出最佳的標號方式，而本作品以找出下界為主）。

四等獎

道同互相為「蒙」

蒙日定理共點共線共圓 的問題探討與推廣

研究動機

在 The Schiller Institute 網站上看到蒙日線定理「平面上外離的三圓，任兩圓的外公切線交點共線」，並在文獻中發現蒙日點定理「平面上外離的三圓，任兩圓的內公切線交點與第三圓圓心的連線共點」以及此兩定理較廣義的推廣。

前人所作的研究大多停留在三個圓或三個球體，未見四圓以上的推廣，可能是因為原定理敘述的兩圓外公切線交點不知如何類比至三圓、四圓以至 n 圓的作圖，因而不知此情形下的蒙日定理如何描述。

因為好奇這些三圓的蒙日定理在四圓、五圓甚至是在 n 圓上的情形，於是我們在本研究中試圖將這個有關射影幾何的著名定理推廣至平面上的 n 圓，甚至是在 N 維空間的情形。

研究目的

將平面上三圓中的蒙日定理推廣至n個圓、球、多邊形以至N維空間的任意圖形，並探討其中的相關性質。

（一）探討平面上外離的四圓、五圓以至n個圓中蒙日點的相關性質及其推廣。

（二）探討平面上代表n個圓的蒙日圓，其存在性及相關性質。

（三）試圖探討平面上非外離圓的蒙日定理，並重新探討其性質之間的關係。

（四）試圖將上述性質推廣至空間中的球體，進而探討蒙日定理在N維空間中的存在性。

（五）試圖在不同條件變換觀點下，探討蒙日定理的存在性。

參考資料、

INFORM

參考資料

- 2018台灣國際科學展覽會~優勝作品專題
- 2018台灣國際科學展覽會--數學科--一等獎作品
  永恆的旋轉木馬
- 2018台灣國際科學展覽會--數學科--二等獎作品
  積少成多─以階差級數計算填數字方法數並推導其生成函數
- 2018台灣國際科學展覽會--數學科--三等獎作品
  「乘」「乘」有序-乘二數列及乘五數列的探討
- 2018台灣國際科學展覽會--數學科--三等獎作品
  費馬多邊形定理之探討
- 2018台灣國際科學展覽會--數學科--三等獎作品
  乾坤大挪移
- 2018台灣國際科學展覽會--數學科--四等獎作品
  表格塗色遊戲之分析
- 2018台灣國際科學展覽會--數學科--四等獎作品
  郵不得你不撕
- 2018台灣國際科學展覽會--數學科--四等獎作品
  道同互相為「蒙」─蒙日定理共點共線共圓的問題探討與推廣
- 2018台灣國際科學展覽會--數學科--四等獎作品
  正多邊形三角剖分的探討

THANK YOU

for your time and attention

Present by TEAM 7

THANK YOU